

Fyzika IV



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Tento studijní materiál vznikl za podpory projektu

Technika pro budoucnost,

číslo projektu CZ.02.2.69/0.0/0.0/16_015/0002338.



Fyzika IV - Atomová a jaderná fyzika
Doplňkový učební text

30. srpna 2019

Obsah

1	Speciální teorie relativity	5
1.1	Postuláty a principy	5
1.2	Odvození Lorentzovy transformace	5
1.3	Obecná Lorentzova transformace	6
1.4	Důsledky Lorentzovy transformace	6
1.5	Odvození vztahu pro relativistickou hmotnost	8
1.6	Relativistická dynamika	8
1.7	Čtyřvektory	9
2	Záření černého tělesa	11
3	Jaderné reakce	13
3.1	Účinný průřez σ	13
3.1.1	Statistický charakter interakce dopadajících částic s terčíkovými jádry	14
3.2	Klasifikace jaderných reakcí	14
3.3	Mechanismy jaderných reakcí	16
3.4	Aplikace jaderných reakcí	16
3.4.1	Jaderné analytické metody	16
3.4.2	Objevy transuranu	17
3.4.3	Vznik prvku ve vesmíru (nukleosyntéza)	18
3.5	Zdroje energie	19
3.5.1	Jaderné reaktory	19
3.5.2	Termojaderná fúze	19
4	Fyzika elementárních částic	21
4.1	Přehled elementárních částic	21
4.2	Složené subnukleární částice	21
4.3	Interakce mezi subnukleárními částicemi	22

Kapitola 1

Speciální teorie relativity

1.1 Postuláty a principy

Budeme pracovat v inerciálních vztažných systémech, které jsou vůči sobě v klidu nebo se pohybují rovnoměrně přímočaře. Předpokládáme platnost těchto postulátů:

1. Existují inerciální vztažné systémy.
2. V každém inerciálním vztažném systému máme k dispozici ideálně tuhá měřidla pro měření vzdáleností.
3. V každém inerciálním vztažném systému máme v každém bodě k dispozici ideální hodiny v klidu. Všechny tyto hodiny tikají stejně.
4. Synchronizaci všech hodin v daném inerciálním vztažném systému provádíme pomocí rychlosti světla (fotonů) ve vakuu. Hodiny v počátku vyšlou v čase $t = 0$ s foton k hodinám ve vzdálenosti r . V okamžiku, když dorazí foton k hodinám, nastavíme na nich čas $t = r/c$, kde c je rychlost světla ve vakuu.

Principy speciální teorie relativity:

1. speciální princip relativity: Fyzikální zákony mají stejný tvar ve všech inerciálních vztažných systémech.
2. princip konstantní rychlosti světla: Rychlost světla ve vakuu je stejná ve všech inerciálních vztažných vztažných systémech, nezávisí na trajektorii ani na pohybu zdroje.

Z těchto postulátů dostaneme Lorentzovu transformaci, která umožňuje určit událost (x', y', z', t') v inerciálním vztažném systému S' na základě znalosti téže události (x, y, z, t) v inerciálním vztažném systému S . Pro jednoduchost předpokládáme, že S' se vůči S pohybuje rychlostí v ve směru společné osy x a že v čase $t' = t = 0$ počátky obou vztažných systémů splývají a souřadnicové osy nejsou vůči sobě pootočené.

1.2 Odvození Lorentzovy transformace

Linearita vyplývá z translační invariantnosti prostoročasu: Rozdíly souřadnic $x_2 - x_1$ a časů $t_2 - t_1$ v jednom inerciálním vztažném systému závisí opět na rozdílech souřadnic a časů v jiném inerciálním vztažném systému:

$$x' = f_x(x, t) = Ax + Bt, \quad t' = f_t(x, t) = Cx + Dt \quad (1.1)$$

Určení konstant A, B, C, D :

1. Počátek $S' (0, t')$ má v $S (vt, t)$:

$$0 = Avt + Bt, \quad B = -Av, \quad x' = A(x - vt) \quad (1.2)$$

2. Počátek $S (0, t)$ má v $S' (-vt', t')$

$$-vt' = -Avt, \quad t' = Dt, \quad -v = -Av/D \quad (1.3)$$

Takže dostáváme

$$x' = A(x - vt), \quad t' = Cx + At \quad (1.4)$$

3. Rychlost světla ve vakuu je stejná v S i v S' , tj. $c = x'/t' = x/t$:

$$c = x'/t' = \frac{A(x/t - v)}{Cx/t + A} = \frac{A(c - v)}{Cc + A}, \quad C = -Av/c^2 \quad (1.5)$$

Takže dostáváme

$$x' = A(x - vt), \quad t' = A(-vx/c^2 + t) \quad (1.6)$$

4. Inverzní Lorentzova transformace se liší pouze záměnou v za $-v$:

$$x = A(x' + vt'), \quad t = A(-vx'/c^2 + t') \quad (1.7)$$

Po dosazení za x' a t' z (1.6) a úpravě dostaneme

$$A = \gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2} \quad (1.8)$$

Nakonec dostaneme:

$$x' = \gamma(x - vt) \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = \gamma(t - vx/c^2) \quad (1.9)$$

1.3 Obecná Lorentzova transformace

$$\vec{r} = \vec{r}_{\parallel} + \vec{r}_{\perp} = \left(\vec{r} \cdot \frac{\vec{v}}{v} \right) \frac{\vec{v}}{v} + \vec{r} - \left(\vec{r} \cdot \frac{\vec{v}}{v} \right) \frac{\vec{v}}{v} \quad (1.10)$$

$$\begin{aligned} \vec{r}'_{\parallel} &= \gamma(\vec{r}_{\parallel} - \vec{v}t) \\ \vec{r}'_{\perp} &= \vec{r}_{\perp} \\ t' &= \gamma(t - \vec{r}_{\parallel} \cdot \vec{v}/c^2) = \gamma(t - \vec{r} \cdot \vec{v}/c^2) \end{aligned} \quad (1.11)$$

$$\vec{r}' = \vec{r}'_{\parallel} + \vec{r}'_{\perp} = \gamma \left[\left(\vec{r} \cdot \frac{\vec{v}}{v} \right) \frac{\vec{v}}{v} - \vec{v}t \right] + \vec{r} - \left(\vec{r} \cdot \frac{\vec{v}}{v} \right) \frac{\vec{v}}{v} \quad (1.12)$$

1.4 Důsledky Lorentzovy transformace

1. relativnost současnosti: Současné nesoumísné události v jedné inerciální vztažné soustavě nejsou současné v jiné inerciální vztažné soustavě, která se vůči první pohybuje.

$$t'_1 = \gamma(t - vx_1/c^2) \quad t'_2 = \gamma(t - vx_2/c^2) \quad (1.13)$$

2. dilatace času: Hodiny v inerciálním vztažném systému, ve kterém se pohybují (čárkovaném), tikají pomaleji než ve svém klidovém inerciálním vztažném systému (nečárkovaném). V jaderné a částicové fyzice jako důsledek pozorujeme prodloužení poločasu rozpadu pohybujících se částic.

$$t'_1 = \gamma(t_1 - vx/c^2) \quad t'_2 = \gamma(t_2 - vx/c^2) \quad (1.14)$$

Pro intervaly mezi tiky hodin tedy platí:

$$\Delta t' = t'_1 - t'_2 = \gamma(t_1 - t_2) = \gamma \Delta t \geq \Delta t \quad (1.15)$$

3. kontrakce délek: Tyč v inerciálním vztažném systému, ve kterém se pohybuje (nečárkovaném), je kratší než ve svém klidovém inerciálním vztažném systému (čárkovaném).

$$x'_1 = \gamma(x_1 - vt) \quad x'_2 = \gamma(x_2 - vt) \quad (1.16)$$

Pro délku tyče tedy platí:

$$\Delta x = x_1 - x_2 = \frac{1}{\gamma}(x'_1 - x'_2) = \frac{1}{\gamma} \Delta x' \leq \Delta x \quad (1.17)$$

4. transformace rychlostí:

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{\gamma(dx - vdt)}{\gamma(dt - vdx/c^2)} = \frac{v_x - v}{1 - vv_x/c^2}, \quad (1.18)$$

$$v'_y = \frac{dy'}{dt'} = \frac{dy}{\gamma(dt - vdx/c^2)} = \frac{v_y}{\gamma(1 - vv_x/c^2)}, \quad (1.19)$$

$$v'_z = \frac{dz'}{dt'} = \frac{dz}{\gamma(dt - vdx/c^2)} = \frac{v_z}{\gamma(1 - vv_x/c^2)}. \quad (1.20)$$

Jako cvičení ukažte: Jestliže $v_x = c$, je i $v'_x = c$. Totéž platí i pro zbývající složky rychlosti.

5. Longitudinální Dopplerův jev: Pokud se pohybuje zdroj světla ve směru k pozorovateli (nebo ve směru od něj) frekvence a vlnová délka emitovaného světla se liší v systému spojeném se zdrojem (čárkovaném) a s pozorovatelem (nečárkovaném). Periodu zdroje dostaneme z dilatace času:

$$\Delta t = \gamma \Delta t' \quad (1.21)$$

Pro časový interval ΔT , ve kterém k pozorovateli dorazí dvě po sobě jdoucí vlnoplochy, platí:

$$\Delta T = T_1 - T_2 = t_1 - t_2 + (x_1 - x_2)/c = \gamma \Delta t' + \gamma \Delta t' v/c = \Delta t' \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}, \quad (1.22)$$

kde $\beta = v/c$. Pro frekvence a vlnové délky platí:

$$f = f' \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}, \quad \lambda = \lambda' \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \quad (1.23)$$

6. Transverzální Dopplerův jev: Pokud se nepohybuje pohybující se zdroj světla ani ve směru k pozorovateli ani ve směru od něj, uplatní se pouze dilatace času:

$$\Delta t = \gamma \Delta t', \quad f = f'/\gamma, \quad \lambda = \gamma \lambda' \quad (1.24)$$

7. Příklady na longitudinální Dopplerův jev:

- (a) Hvězda emituje světlo o vlnové délce 383 nm ve svém klidovém vztažném systému. Podle pozemského měření je tato vlnová délka 766 nm. Vypočtěte vzájemnou rychlost Země a hvězdy pomocí klasické a relativistické fyziky a výsledky porovnejte.

[klasicky: pohyb pozorovatele $1,5 \cdot 10^8$ m/s, pohyb hvězdy $3 \cdot 10^8$ m/s, relativisticky: $1,8 \cdot 10^8$ m/s]

- (b) Vesmírné lodě používají na přídí světlomety o vlnové délce 700 nm a na zádi světlomety o vlnové délce 555 nm. Vesmírná loď cestuje nejvyšší povolenou rychlostí $0,23c$ ze Země k exoplanetě u Proximy Centauri. Jakou vlnovou délku pozoruje pozorovatel na Zemi a jakou na exoplanetě? Jak se výsledek změní, když bude vesmírná loď stejnou rychlostí couvat?

[na Zemi 701 nm, na exoplanetě 554 nm, při couvání na Zemi 885 nm, na exoplanetě 439 nm]

1.5 Odvození vztahu pro relativistickou hmotnost

A. Einstein předpokládal nepružnou srážku dvou stejných částic ve dvou inerciálních vztažných systémech.

V S má částice 1 hmotnost m_v , rychlost v a hybnost $m_v v$, částice 2 je v klidu a má hmotnost m_0 . Po srážce vznikne částice o hmotnosti m_w pohybující se rychlostí w s hybností $m_w w$. Platí zákon zachování hmotnosti a hybnosti:

$$m_v + m_0 = m_w, \quad m_v v = m_w w \quad (1.25)$$

Z těchto rovnic vyjádříme w :

$$w = \frac{m_v v}{m_0 + m_v} = \frac{v}{1 + \frac{m_0}{m_v}} \quad (1.26)$$

V S' má částice 1 hmotnost m_0 , nulovou rychlost a hybnost, částice 2 má hmotnost m_v , pohybuje se rychlostí $-v$ a má hybnost $-m_v v$. Po srážce vznikne částice o hmotnosti m_w pohybující se rychlostí $-w$ s hybností $-m_w w$. Opět platí zákon zachování hmotnosti a hybnosti.

Při přechodu od S k S' se rychlost w transformuje podle relativistické transformace rychlosti:

$$-w = \frac{w - v}{1 - wv/c^2}. \quad (1.27)$$

Do této rovnice dosadíme za w a po zkrácení v dostaneme:

$$m_v = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (1.28)$$

1.6 Relativistická dynamika

1. Relativistická hybnost:

$$\vec{p} = m_v \vec{v} = \gamma m_0 \vec{v} \quad (1.29)$$

2. Kinetická energie:

$$E_k = \int \vec{F}^R \cdot d\vec{r} = \int \frac{d\vec{p}}{dt} \cdot d\vec{r} = (\gamma - 1)m_0 c^2 \quad (1.30)$$

Pro $v \ll c$ přechází tento vztah na $E_k = \frac{1}{2}m_0 v^2$.

3. Klidová energie (energie v klidovém systému): $E_0 = m_0 c^2$.

4. Celková energie:

$$E = E_k + E_0 = \gamma m_0 c^2 \quad (1.31)$$

Mezi celkovou energií a velikostí hybnosti platí užitečný vztah:

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4} \quad (1.32)$$

1.7 Čtyřvektory

Čtyřvektory jsou užitečné mj. pro počítání příkladů. Jejich složky se transformují podle Lorentzovy transformace a jejich skalární součiny jsou relativistickými invarianty (mají stejnou hodnotu ve všech inerciálních vztažných systémech). Rozlišujeme kovariantní a kontravariantní zápis čtyřvektoru.

Příklady čtyřvektorů:

1. událost: $x^\mu = (ct, \vec{r})$ (kontravariantní), $x_\mu = (ct, -\vec{r})$ (kovariantní),
2. čtyřrychlost: $u^\mu = \frac{dx^\mu}{d\tau} = \gamma(c, \vec{u})$ (kontravariantní), $u_\mu = \gamma(c, -\vec{u})$ (kovariantní), kde τ je vlastní čas (v klidovém systému),
3. čtyřzrychlení: $a^\mu = \frac{du^\mu}{d\tau}$,
4. čtyřsíla: $F^\mu = m_0 a^\mu$, kde m_0 je klidová hmotnost,
5. čtyřhybnost (čtyřimpulz): $p^\mu = m_0 u^\mu = (E/c, \vec{p})$, v interakcích platí zákon zachování čtyřhybnosti, který vyjadřuje současnou platnost zákona zachování energie a hybnosti,
6. čtyřproud: $j^\mu = (c\rho, \vec{j})$,
7. čtyřpotenciál: $A^\mu = (\phi/c, \vec{A})$,
8. vlnový čtyřvektor $k^\mu = (\omega/c, \vec{k})$.

Příklad použití čtyřhybnosti pro stanovení prahové energie fotonu pro produkci páru elektron-pozitron v poli elektronu:

$$\gamma + e^- \rightarrow e^+ + e^- + e^- \quad (1.33)$$

Částice očíslováme podle pořadí v rovnici a spočteme kvadrát celkové čtyřhybnosti před interakcí v laboratorní soustavě, kde je elektron v klidu, a položíme jej rovný kvadrátu celkové čtyřhybnosti po interakci v těžiškové soustavě, kde jsou všechny částice v klidu:

$$(p_{1\mu} + p_{2\mu})^2 = (p_{1\mu})^2 + 2p_{1\mu} \cdot p_2^\mu + (p_{2\mu})^2 = 0 + 2E_\gamma m_e + m_e^2 c^2, \quad (1.34)$$

$$(p_{3\mu} + p_{4\mu} + p_{5\mu})^2 = (3m_e c)^2 = 9m_e^2 c^2, \quad (1.35)$$

$$2E_\gamma m_e + m_e^2 c^2 = 9m_e^2 c^2, \quad (1.36)$$

$$E_\gamma = 4m_e c^2. \quad (1.37)$$

Kapitola 2

Záření černého tělesa

Záření černého tělesa je historicky první jev, který se podařilo vysvětlit na základě kvantové hypotézy. Černé těleso je dokonalý absorbátor (absorbuje 100% dopadajícího elektromagnetického vlnění) a zároveň je i dokonalý emitör. Pro jeho intenzitu vyzařování I platí Stefan-Boltzmannův zákon:

$$I = \sigma T^4 , \quad (2.1)$$

kde $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$ je Stefan-Boltzmannova konstanta. Pro spektrální intenzitu vyzařování I_λ platí:

$$I_\lambda = \frac{dI}{d\lambda} , \quad I = \int_0^\infty I_\lambda d\lambda , \quad (2.2)$$

kde λ je vlnová délka. Planck zjistil, že experimentální křivku závislosti I_λ na λ lze popsat funkcí

$$I_\lambda = \frac{1}{\lambda^5} \phi(\lambda T) , \quad (2.3)$$

kde

$$\phi(\lambda T) = \frac{c_1}{\exp\left(\frac{c_2}{\lambda T}\right) - 1} . \quad (2.4)$$

Černé těleso můžeme popsat pomocí modelu kmitajících harmonických oscilátorů, které vyzařují a absorbují záření s frekvencí v rezonanci s vlastní frekvencí oscilátoru. Podle klasické statistiky je střední hodnota energie všech oscilátorů $\langle w \rangle = kT$, $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$ je Boltzmannova konstanta. Podle Planckovy hypotézy se emise a absorpce záření může dít pouze po celistvých násobcích kvanta $\epsilon_0 = h\nu$, kde $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ je Planckova konstanta a ν frekvence. Energie kvantového oscilátoru tedy jsou $\epsilon_n = n\epsilon_0$ s pravděpodobností obsazení n -té hladiny

$$P_n = C \exp\left(-\frac{n\epsilon_0}{kT}\right) = C \exp(-nx) , \quad (2.5)$$

kde $x = \epsilon_0/kT = h\nu/kT$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} P_n = 1 = C \sum_{n=1}^{\infty} \exp(-nx) = C \frac{1}{1 - \exp(-x)} , \quad (2.6)$$

tj. $C = 1 - \exp(-x)$.

Střední hodnota energie

$$\langle w \rangle = \sum_{n=1}^{\infty} \epsilon_n P_n = C\epsilon_0 \sum_{n=1}^{\infty} n \exp(-nx) . \quad (2.7)$$

Protože

$$\frac{\partial}{\partial x} \sum_{n=1}^{\infty} \exp(-nx) = - \sum_{n=1}^{\infty} n \exp(-nx) = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{1 - \exp(-x)} \right] = - \frac{\exp(-x)}{[1 - \exp(-x)]^2} \quad (2.8)$$

platí

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \exp(-nx) = \frac{\exp(-x)}{[1 - \exp(-x)]^2} \quad (2.9)$$

Tedy

$$\langle w \rangle = \frac{\epsilon_0}{\exp(x) - 1} = \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1} = \frac{hc}{\lambda} \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{k\lambda T}\right) - 1} \quad (2.10)$$

a dostáváme závislost

$$\phi(\lambda T) = \frac{c_1}{\exp\left(\frac{hc}{k\lambda T}\right) - 1} \quad (2.11)$$

Kapitola 3

Jaderné reakce

3.1 Účinný průřez σ

Tato veličina se používá v jaderné fyzice a ve fyzice elementárních částic jako charakteristika síly interakce mezi částicemi. Čím je účinný průřez σ větší, tím je větší pravděpodobnost interakce.

Nechť na terčik s jednou vrstvou jader, ve které je N_j jader, dopadá kolmo N částic za 1 s. Svazek dopadajících částic má průřez S , který je roven ploše terčiku. Z N dopadajících částic za 1 s jich za 1 s N_R interaguje s jádry terčiku. Pak pravděpodobnost interakce P můžeme vyjádřit vztahem:

$$P = \frac{N_R}{N} = \frac{N_j \sigma}{S} . \quad (3.1)$$

$N_j \sigma$ má význam efektivní plochy, kterou nastavuje N_j jader terčiku dopadajícím částicím, σ má význam efektivní plochy, kterou nastavuje jedno jádro terčiku dopadajícím částicím. Tato efektivní plocha (účinný průřez) nemusí odpovídat geometrické ploše jádra a závisí na typu interakce mezi částicí svazku a terčíkovým jádrem. Pro účinný průřez se v jaderné fyzice používají speciální jednotky, barny: 1 barn = 10^{-28} m².

Vztah (3.1) platí i pro terčik s více vrstvami, musí ale $N_R \ll N$. Pak N_j má význam celkového počtu jader v terčiku. Takovému terčiku říkáme tenký. Obecně je třeba terčik tloušťky d rozdělit na velké množství tenkých terčiků tloušťky dx , pro které platí:

$$-\frac{dN}{N} = \frac{N_j \sigma}{S d} dx = n_0 \sigma dx ,$$

kde n_0 je počet terčíkových jader v jednotce objemu (v 1 m³), $-dN = N(x) - N(x + dx)$ úbytek počtu dopadajících částic ve vrstvě tloušťky dx díky interakci. Po integraci dostáváme:

$$N = N_0 \exp(-n_0 \sigma d) ,$$

kde N_0 je počet částic svazku dopadajících za 1 s na terčik a N je počet částic prošlých za 1 s terčíkem o tloušťce d .

Pro počet interagujících částic N_R platí:

$$N_R = N_0 - N = N_0 (1 - \exp(-n_0 \sigma d)) , \quad (3.2)$$

Pro $n_0 \sigma d \ll 1$ přechází tento vztah na vztah pro tenký terčik:

$$\frac{N_R}{N_0} = n_0 \sigma d .$$

$n_0 \sigma d \ll 1$ je tedy podmínka, která určuje, kdy můžeme terčik považovat za tenký.

Pomocí (3.2) můžeme odvodit vztahy pro výpočet **střední volné dráhy** $\langle x \rangle$:

$$\langle x \rangle = \int_{x=0}^{\infty} x dP(x) = n_0 \sigma \int_0^{\infty} x \exp(-n_0 \sigma x) dx = \frac{1}{n_0 \sigma} ,$$

kde $dP(x) = [N(x) - N(x + dx)]/N_0$ je pravděpodobnost interakce částice v intervalu $(x, x + dx)$, a **polotloušťky** $x_{1/2}$:

$$N(x_{1/2}) = \frac{N_0}{2} = N_0 \exp(-n_0 \sigma x_{1/2}) , \quad x_{1/2} = \frac{\ln 2}{n_0 \sigma} = \ln 2 \langle x \rangle .$$

Polotloušťka $x_{1/2}$ je tedy tloušťka, kterou projde polovina dopadajících částic, resp. polovina se v ní zachytí. Různé materiály mají pro různé dopadající částice (záření) různé polotloušťky (viz laboratoře z fyziky). To se využívá k ochraně před zářením.

3.1.1 Statistický charakter interakce dopadajících částic s terčíkovými jádry

Pravděpodobnost P_1 , že jedna dopadající částice interaguje s jádrem tenkého terčíku je:

$$P_1 = \frac{N_j \sigma}{S} .$$

Pravděpodobnost, že k interakci nedojde, je:

$$1 - P_1 = 1 - \frac{N_j \sigma}{S} .$$

Z toho můžeme spočítat pravděpodobnost $P(N_R, N)$ jevu, kdy na tenký terčík dopadne N částic a z nich N_R interaguje:

$$P(N_R, N) = \binom{N}{N_R} \left(\frac{N_j \sigma}{S} \right)^{N_R} \left(1 - \frac{N_j \sigma}{S} \right)^{N - N_R}$$

(zanedbali jsme N_R vůči N , což lze pro tenký terčík). Dostali jsme tzv. binomické rozdělení pravděpodobností $P(N_R, N)$. Z něj můžeme spočítat střední hodnotu počtu interagujících částic

$$\langle N_R \rangle = \sum_{N_R=0}^N N_R P(N_R, N) = N \frac{N_j \sigma}{S}$$

i střední hodnotu fluktuací (rozptyl)

$$\langle \Delta N_R \rangle = \left[\sum_{N_R=0}^N N_R^2 P(N_R, N) - \left(\sum_{N_R=0}^N N_R P(N_R, N) \right)^2 \right]^{1/2} = \left[\langle N_R \rangle \left(1 - \frac{N_j \sigma}{S} \right) \right]^{1/2} \approx \sqrt{\langle N_R \rangle} .$$

Vidíme tedy, že vztah (3.1) pro tenký terčík (rovněž vztah (3.2) pro tlustý terčík) platí pro střední hodnotu počtu interagujících částic.

3.2 Klasifikace jaderných reakcí

Jaderné reakce probíhají díky působení silné interakce. Aby k nim mohlo dojít, musí se interagující jádra přiblížit na vzdálenost menší než 10^{-14} m (měřeno od středu jader).

Rozlišujeme následující typy jaderných reakcí:

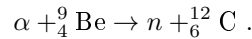
- elastický (pružný rozptyl): $a + X \rightarrow a + X$,
- neelastický rozptyl (jádro X je po reakci v excitovaném stavu): $a + X \rightarrow a + X^*$,
- záchyt: $a + X \rightarrow Y + \gamma$,
- vlastní jaderné reakce: $a + X \rightarrow b + Y (+ \dots)$.

Při jaderných reakcích platí zákony zachování: počtu nukleonu, náboje, hybnosti, energie, momentu hybnosti a parity.

Jaderné reakce dělíme na **exoenergetické** (uvolňuje se při nich energie) a **endoenergetické** (k tomu, aby proběhly, je třeba dodat energii). Kritériem je energie reakce Q . Její výpočet je zřejmý z následujících příkladů.

Příklad:

Spočítejte energii reakce Q :



Řešení:

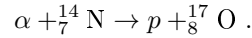
Energie reakce je definována:

$$Q = (m_\alpha + m_{{}^9\text{Be}})c^2 - (m_n + m_{{}^{12}\text{C}})c^2 = 5.75 \text{ MeV} > 0 .$$

Tedy reakce je exoenergetická.

Příklad:

Spočítejte energii reakce Q :



Řešení:

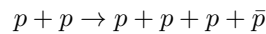
Energie reakce je definována:

$$Q = (m_\alpha + m_{{}^{14}\text{N}})c^2 - (m_p + m_{{}^{17}\text{O}})c^2 = -1.13 \text{ MeV} < 0 .$$

Tedy reakce je endoenergetická.

Příklad:

Spočítejte prahovou (kinetickou) energii reakce



(tato reakce byla využita roku 1955 při objevu antiprotonu – \bar{p} – antičástice k protonu, \bar{p} má stejnou hmotností, spin a opačný náboj) v těžišťovém a laboratorním (jeden proton před reakcí v klidu) systému.

Řešení:

Energie reakce Q je

$$Q = 2m_p c^2 - 4m_p c^2 = -2m_p c^2 < 0 ,$$

jde tedy o endoenergetickou reakci. Využijeme zákony zachování energie a hybnosti v relativistickém tvaru. V těžišťovém systému je celková hybnost před a po reakci nulová. Prahové energii reakce E_T odpovídá vznik 3 protonu a antiprotonu v těžišťovém systému v klidu, tedy:

$$m_p c^2 + E_T + m_p c^2 + E_T = 4m_p c^2 , \quad E_T = m_p c^2 .$$

V laboratorním systému se vzniklé částice pohybují stejnou rychlostí (díky stejným hmotnostem mají i stejnou hybnost p' i stejnou celkovou energii E'), tedy

$$p = 4p' , \quad m_p c^2 + E_L + m_p c^2 = 4E' ,$$

kde p je hybnost nalétávajícího protonu a E_L prahová energie v laboratorním systému. Pomocí

$$E'^2 = m_p^2 c^4 + p'^2, \quad E^2 = (m_p c^2 + E_L)^2 = m_p^2 c^4 + p^2$$

dostaneme:

$$(m_p c^2 + E_L)^2 - m_p^2 c^4 = 16 \left[\frac{(2m_p c^2 + E_L)^2}{16} - m_p^2 c^4 \right], \quad E_L = 6m_p c^2.$$

Z výsledku Př. 7 je jasné vidět výhoda moderních urychlovačů vstřicných svazků (collideru), kde dochází ke srážce svazků částic se stejně velkými, ale opačnými hybnostmi, tj. v těžišťovém systému, oproti klasickému uspořádání, kdy urychlované částice dopadaly na částice v nepohyblivém terčíku.

3.3 Mechanismy jaderných reakcí

Rozlišujeme dva (extrémní) případy:

1. *přímé reakce*: Reakce se účastní jen jeden či pouze několik nukleonů interagujících jader. Je pro ně charakteristická malá změna struktury terčíkového jádra, terčíkové jádro je málo excitováno, vylétující částice mají velké energie, k reakci dochází díky periferní srážce nalétávající částice s terčíkovým jádrem a trvá krátce – 10^{-22} s (doba průletu nalétávající částice).
2. *reakce přes složené jádro*: Reakce se účastní všechny nukleony, energie nalétávající částice se díky velkému množství srážek mezi nukleony rozdělí, vznikne složené jádro v excitovaném stavu, které se pak rozpadá. Je pro ně charakteristická velká změna struktury jádra, jádro je vysoce excitováno, vylétující částice mají malé energie, k reakci dochází díky centrální srážce nalétávající částice s terčíkovým jádrem a trvá dlouho – 10^{-16} s.

3.4 Aplikace jaderných reakcí

3.4.1 Jaderné analytické metody

Jde o promptní metody určení prvkového složení zkoumaného vzorku. Jejich výhodou je krátká doba měření a vyhodnocení (minuty).

Jsou založeny na principu

$$N_R = N_j \frac{N_0}{S} \sigma t \eta,$$

kde N_R je celkový počet detekovaných vylétujících částic daného typu (indikátor přítomnosti určitého prvku), N_j počet atomů prvku ve zkoumané oblasti vzorku, N_0/S počet částic dopadajících na jednotkovou plochu terčíku za jednotku času, σ účinný průřez dané interakce, t doba měření, η účinnost detektoru. Ze znalosti ostatních veličin je pak možno určit neznámé N_j .

Metody lze využít ke studiu hloubkového rozdělení určitého prvku:

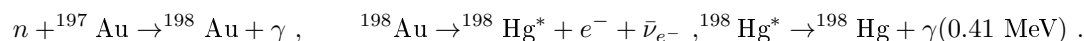
1. z kinematiky (díky energetickým ztrátám energie nalétávajících částic s hloubkou proniku klesá a klesá tedy i energie vylétujících částic (vyjma PIXE),
2. účinný průřez závisí na energii nalétávajících částic.

Hloubka prostorového rozlišení se pohybuje v případě lehkých nabitých nalétávajících částic s energiemi $0.1 \div 10$ MeV v rozmezí $0.1 \div 10$ μm .

Nyní uvedeme přehled metod:

1. **PIXE** (particle induced X-ray emission): Proton interaguje s atomem prvku za vzniku charakteristického RTG záření (přechody e^- na K, L-slupky). Lze využít pro $Z > 5$, minimální detekovatelné příměsi: 10^{-15} g, nejmenší dokazatelná koncentrace (NDK): 10^{-1} $\mu\text{g/g}$ pro všechny prvky.
2. **NRM** (nuclear reaction method): Využívá různé jaderné reakce, vhodná pro malé Z , NDK: $(10^{-1} \div 10^2)$ $\mu\text{g/g}$.
3. **RBS** (Rutherford back-scattering): Využívá elektrostatický rozptyl nabitých částic na jádrech, vhodná pro velká Z , NDK: $(1 \div 10^2)$ $\mu\text{g/g}$.
4. **CFAA** (charge particle activation analysis): vhodná pro velká a střední Z , NDK: $(10^{-3} \div 10^{-1})$ $\mu\text{g/g}$.
5. **NAA** (neutron activation analysis – neutronová aktivační analýza):

Ukážeme si ji na příkladu následující interakce:



Ozařováním neutrony (s účinným průřezem σ_A po dobu t vyrobíme z N_A ${}^{197}\text{Au}$ N_B ${}^{198}\text{Au}$, které β (s rozpadovou konstantou λ_B) a γ -rozpadem (prakticky ihned) přechází na ${}^{198}\text{Hg}$ v základním stavu. Po skončení ozařování detekujeme fotony γ -záření, které má energii 0.41 MeV po dobu t' . Z jejich počtu, který je roven počtu rozpadu ${}^{198}\text{Au}$ za dobu t' , určíme N_A .

Pro N_B platí:

$$\frac{dN_B}{dt} = \sigma_A N_A \frac{N_n}{S} - \lambda_B N_B.$$

Řešením je:

$$N_B = \frac{\sigma_A N_A N_n}{\lambda_B S} [1 - \exp(-\lambda_B t)].$$

Po skončení ozařování pak γ -aktivita A_C v čase t' :

$$A_C = \lambda_B N_B \exp(-\lambda_B t') = \sigma_A N_A \frac{N_n}{S} [1 - \exp(-\lambda_B t)] \exp(-\lambda_B t').$$

3.4.2 Objevy transuranu

Motivací je kvazistabilní prvek ${}^{298}114$ a případný ostrov kvazistabilních prvků kolem, jehož existence byla předpovězena v roce 1966. Jelikož tyto prvky nebyly nalezeny ani na Zemi, ani v meteoritech, ani ve vzdálených aktivních oblastech vesmíru, musí být nestabilní s poločasem rozpadu $\leq 10^5$ let. Ale i takový poločas by umožňoval přípravu makroskopických množství a možnost přípravy nových chemických sloučenin a nových materiálů.

Příprava $Z \leq 100$: dlouhodobým ozařováním uranu neutrony v reaktorech (několik let), při jaderných výbuších, kdy jsou vysoké neutronové toky (princip: přidáváme neutrony k danému jádru tak dlouho, až je pro něj výhodnější se β -rozpadem rozpadnout na jádro s vyšším Z).

Příprava $Z > 100$: bombardováním vhodného terčíku těžkými ionty, např. ${}^{22}_{10}\text{Ne} + {}^{242}_{94}\text{Pu} \rightarrow {}^{260}_{104} + 4n$, identifikace je možná prostřednictvím rozpadových produktů, jejich energií a poločasu rozpadu. Je možná i rychlá radiochemická separace, k určení mocností stačí např. pouze 7 atomů Lr. Zatím nejtěžším takto uměle připraveným prvkem je oganesium (engl. oganesson), $Z = 118$, pojmenované po ruském objeviteli supertěžkých prvků J. Oganessjanovi.

3.4.3 Vznik prvku ve vesmíru (nukleosyntéza)

Probíhá ve dvou etapách:

1. Při vzniku vesmíru mezi 14 s a 3.8 min po velkém třesku postupně vzniklo větším množstvím ${}^4\text{He}$ (tehdy 1/3 z počtu jader ${}^1\text{H}$).
2. Těžší prvky vznikají ve hvězdách (spolu s dalším ${}^4\text{He}$).

Jaderné reakce (fúze lehkých jader) jsou zdrojem energie hvězd (viz závislosti $B(Z, N)/A$ na A). K fúzi dvou protonů je třeba překonat jejich elektrostatické odpuzování.

Příklad:

Určete poměr střední kinetické energie protonu E_T ve hvězdě o teplotě $T = 10^7$ K a kinetické energie E_p , jakou musí mít proton, aby se ke druhému protonu přiblížil na vzdálenost jeho poloměru $r = 10^{-15}$ m.

Řešení:

Střední kinetická energie protonu

$$E_T = \frac{3}{2}kT = 10^{-16} \text{ J} .$$

E_p určíme ze zákona zachování energie:

$$E_p = k\frac{e^2}{r} = 2 \cdot 10^{-13} \text{ J} .$$

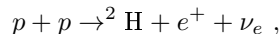
Poměr je $E_T/E_p = 4 \cdot 10^{-4}$.

Klasicky by tedy k fúzi nedošlo. Přesto k ní při této teplotě dochází. Je to umožněno:

1. kvantovým tunelovým efektem (při teplotě 10^7 K se proton s pravděpodobností 10^{-10} dostane do vzdálenosti 1 fm od druhého protonu,
2. maxwellovým rozdělením rychlostí protonu (existují protony, které mají dostatečně velkou kinetickou energii).

Stručný přehled cyklu a procesu nukleosyntézy ve hvězdách:

1. **proton-protonový cyklus** (polovina protonu se přemění na neutrony za 10^{10} let): 1. krokem je slabá interakce



dalšími kroky jsou silné jaderné interakce. Probíhá při teplotách $\geq 10^7$ K, vzniká při něm He, Be, Li, energetický zisk 26.7 MeV.

2. **CNO cyklus** (uhlíkový): Probíhá při teplotách $\geq 1.5 \cdot 10^7$ K, energetický zisk 26.7 MeV.
3. **3α -cyklus**: Probíhá při teplotách 10^8 K.
4. **spalování He, C, O**: Probíhá při vyšších teplotách (vznik prvku do S).
5. **α -proces** (záchyt alpha částic jádru): Probíhá při teplotách kolem 10^9 K (vznik prvku do Ca).
6. **s-proces**: (slow) záchyt neutronu jádru následovaný β -rozpadem (vznik těžších prvku až po Po).

7. **e-proces:** (ekvilibrium) vznik izotopu kolem Fe. Tím jsou jaderné energetické zdroje hvězdy vyčerpány (viz závislost $B(Z, N)/A$ na A). Hvězda se gravitačně smršťuje a při tom zahřívá až na 10^{10} K, ^{56}Fe se při této teplotě dezintegruje na jednotlivé nukleony. Tím se ochladí. Jádru se zhroutí v neutronové hvězdu a vnější vrstvy se rychle rozpínají (výbuch supernovy).
8. **r-proces:** (rapid) při výbuchu supernovy, kdy je velký neutronový tok, vícenásobný neutronový záchyt zakončený řadou β -rozpadu (vznik těžších jader až po ^{235}U , ^{238}U).

3.5 Zdroje energie

3.5.1 Jaderné reaktory

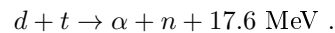
Využívají štěpení uranu neutronem, při kterém se jádro uranu rozpadne s největší pravděpodobností na dvě přibližně stejně velká jádra a uvolní se několik neutronu, které mohou dále štěpit jádra uranu (řetězová reakce). ^{235}U se nejpravděpodobněji štěpí pomalými neutrony ($E_k \approx 0.02$ eV) – využívá se v klasických reaktorech, ^{238}U rychlými neutrony s minimální kinetickou energií 1.1 MeV (díky párové interakci) – využívá se v rychlých reaktorech).

V 1 kg ^{235}U je energie $8 \cdot 10^{13}$ J ($3 \cdot 10^6$ kg uhlí). Na 1 akt štěpení se uvolní v průměru 2.51 neutronu se střední kinetickou energií 2 MeV. Nejvhodnější energie pro štěpení je 0.02 eV. Na tuto energii je třeba neutrony zpomalit. K tomu slouží moderátor (H_2O , D_2O , C – grafit), ve kterém se srážkami neutrony zpomalují. Při tomto procesu dochází ke ztrátám (záchytu neutronu na ^{238}U – v přírodním uranu je ho 99.3 %, v reaktorech méně díky obohacení izotopem ^{235}U) či ^{235}U , na příměsích či k úniku neutronu.

Aby nenastal lavinovitý průběh štěpení, je nutná regulace. Regulovat nelze počet primárních neutronu vznikajících přímo při štěpení, protože ty vznikají v rozmezí $10^{-6} \div 0.1$ s. V tak krátkém čase nelze regulaci provádět. Regulovat ale můžeme počet sekundárních neutronu, které vznikají při rozpadu produktu štěpení v rozmezí $0.07 \div 80.2$ s a které tvoří 0.75% celkového počtu neutronu na 1 akt štěpení. Regulace se provádí pomocí kadmiových tyčí (Cd má velký účinný průřez pro záchyt neutronu). Aby se reakce udržela a zároveň reaktor zůstal pod kontrolou, musí se počet neutronu z jednoho aktu štěpení využitelný k dalšímu štěpení (po odečtení ztrát) pohybovat v rozmezí $1 \div 1.0075$.

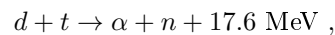
3.5.2 Termojaderná fúze

1. **vodíková bomba** s ^{235}U rozbuškou, která vytvoří dostatečnou teplotu a tlak, aby během 1 μs proběhla reakce :

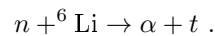


Uvolněná energie odpovídá $5 \cdot 10^5$ kg TNT či 2500 prvním atomovým bombám.

2. **řízená termojaderná reakce**



kde nestabilní t se vyrábí v plášti reaktoru reakcí:



Výhody:

- (a) V oceánech je $5 \cdot 10^{16}$ kg d (0.3 g/l l), v 1 km^3 mořské vody je energie srovnatelná s energií ve veškerá ropě na Zemi. d při spotřebě na úrovni roku 1970 vystačí na 10^9 let.
- (b) Množství radioaktivního materiálu (β -radioaktivní t , neutrony aktivované konstrukční materiály) je srovnatelné s jadernými elektrárnami, ale poločasy rozpadu se pohybují v rozmezí $1 \div 100$ let (u jaderných elektráren $100 \div 10000$ let).

(c) Nebezpečí výbuchu je nulové, jakákoli nestabilita plasmatu způsobí ukončení fúze.

Experimentálně k fúzi došlo v TOKAMAKu, kde je vysokoteplotní plasma magnetickým polem stlačována a tím zahřívána na dostatečně vysoké teploty. Aby fúze s jistotou nastala, je třeba plasmu udržet po 1 s při teplotě $(10^7 \div 10^8)$ K při hustotě 10^{20} jader/m³.

V současnosti se dokončuje u francouzského města Cadarache mezinárodní tokamak ITER, který má dosáhnout výkonu 500 MW.

Kapitola 4

Fyzika elementárních částic

4.1 Přehled elementárních částic

V následující tabulce máme uveden přehled elementárních částic podle současného stavu poznání. Bosony jsou částice s celočíselným spinem, které zprostředkují interakce mezi fermiony, říká se jim rovněž polní částice. Fermiony jsou částice s poločíselným spinem, které prostřednictvím (výměnou) bosonů spolu interagují.

Ke každé částici existuje antičástice se stejnou hmotností a opačným nábojem.

Rozlišujeme tzv. 3 rodiny (generace) fermionů:

1. u, d, ν_L, e^-
2. c, s, ν_M, μ^-
3. t, b, ν_H, τ^-

Probíhá-li určitá interakce v jedné rodině, probíhá rovněž v dalších rodinách.

Hmota ve vesmíru je složena pouze z těchto částic: u, d a e^- (proton se skládá ze tří kvarků uud , neutron z udd). Neutrína, která experimentálně pozorujeme (elektronové ν_e , mionové ν_μ a tauonové ν_τ) jsou tři základních neutrin ν_L, ν_M a ν_H . Dosud není jasné, zda jsou neutrína a antineutrína od sebe odlišná (tzv. diracovské částice) nebo zda jsou totožná (majoranovské částice).

4.2 Složené subnukleární částice

Interakci mezi kvarky zprostředkovávají gluony. Volné kvarky a gluony v přírodě neexistují, jsou vázány v **hadronech**. Existují dva typy vázaných stavů kvarků:

1. **mesony** (vázané stavy kvarku s antikvarkem) s celočíselným spinem, tj. bosony, a
2. **baryony** (vázané stavy tří kvarků) s poločíselným spinem, tj. fermiony. Mezi baryony patří proton a neutron.

Tabulka 4.1: Přehled elementárních částic.

částice	označení	klidová energie	náboj (e)	spin	stabilita	interakce
bosony						
gluon	g	0	0	1	vázaný	silná
foton	γ	0	0	1	stabilní	elmag.
W^\pm -boson	W^\pm	80 GeV	± 1	1	nestabilní	slabá
Z-boson	Z^0	91 GeV	0	1	nestabilní	slabá
higgs	H	126 GeV	0	0		elektroslabá
graviton		0	0	2		gravitační
fermiony						
kvarky						
up	u	~ 2 MeV	$+2/3$	$1/2$	vázaný	všechny
down	d	~ 5 MeV	$-1/3$	$1/2$	vázaný	všechny
charm	c	~ 1.3 GeV	$+2/3$	$1/2$	vázaný	všechny
strange	s	~ 100 MeV	$-1/3$	$1/2$	vázaný	všechny
top	t	~ 173 GeV	$+2/3$	$1/2$	vázaný	všechny
bottom	b	~ 4.2 GeV	$-1/3$	$1/2$	vázaný	všechny
leptony						
nejlehčí neutrino ν_L	ν_e	0 – 2 eV	0	$1/2$	oscilující	slabá
elektron	e^-	0.511 MeV	-1	$1/2$	stabilní	kromě silné
střední neutrino ν_M	ν_μ	0.009 – 2 eV	0	$1/2$	oscilující	slabá
mion	μ^-	106 MeV	-1	$1/2$	nestabilní	kromě silné
nejtěžší neutrino ν_H	ν_τ	0.05 – 2 eV	0	$1/2$	oscilující	slabá
tauon	τ^-	1777 MeV	-1	$1/2$	nestabilní	kromě silné

4.3 Interakce mezi subnukleárními částicemi

S gravitační interakcí mezi hmotnými částicemi a elektromagnetickou interakcí mezi nabitými částicemi jsme se již seznámili. Některé částice (kvarky a gluony) nesou také náboj jiného typu než elektromagnetický. Dostal název barevný náboj nebo barva. Síla mezi částicemi nesoucími barevný náboj je nesmírně velká, proto se nazývá silná interakce. Tato interakce drží pohromadě kvarky v hadronech, a proto její nosiče dostaly jméno gluony (z angl. glue - lepidlo). Atomová jádra drží pohromadě zbytková silná interakce, která má dostatečnou sílu na to, aby překonala vzájemné elektromagnetické odpuzování protonů.

Zbývá ještě jedna interakce - slabá. Existuje 6 typů kvarků a 6 typů leptonů. Všechna stabilní hmota ve vesmíru se skládá z nejméně hmotných kvarků a nabitých leptonů (u, d, e^-), protože kvarky a leptony s vyšší hmotností se na ně právě díky slabé interakci rozpadají. Když se nějaký kvark nebo lepton rozpadne na jiný (změní se jeho typ, např. mion na elektron), říkáme, že se změnila jeho vůně (slabý náboj). Slabá interakce zodpovídá např. za rozpad neutronu i za β -rozpady atomových jader. Síly čtyř základních interakcí v přírodě jsou porovnány na obr. 4.1.

INTERAKCE	gravitační	slabá elektroslabá	elektromag- netická	silná funda- mentální	zbyt- ková
působí na	hmotu-energii	slabý náboj ("vůň")	elektrický náboj	barevný náboj	viz text
interagující částice	všechny	leptony kvarky	elektricky nabitě	kvarky gluony	hadrony
nosiče interakce	graviton (dosud nebyl pozorován)	$W^+ W^- Z^0$	γ (foton)	gluony	mezony
síla mezi 2 kvarky (v poměru k elektro- magnetické)	na 10^{-18} m 10^{-41} na $3 \cdot 10^{-17}$ m 10^{-41}	0,8 10^{-4}	1 1	25 60	nelze vyjádřit
2 protony v jádru	10^{-36}	10^{-7}	1	nelze vyjádřit	20

Obrázek 4.1: Srovnání interakcí mezi subnukleárními částicemi.

Seznam použité literatury:

- [1] D. Bohm, Special Theory of Relativity, Taylor & Francis, 2007
- [2] http://www.hep.shef.ac.uk/edaw/PHY206/Site/2011_course_files/phy206lec6.pdf
- [3] <http://alma.karlov.mff.cuni.cz/ufy102/Planckuv%20zakon.pdf>
- [4] S. G. Prussin, Nuclear Physics for Applications, Wiley & Sons, 2007
- [5] www.cern.ch