



Vzdělávací modul  
**MATEMATICKÁ GRAMOTNOST**

# Vzdělávací modul Matematická gramotnost s metodikou

*Kolektiv autorů*

Zvýšení kvality vzdělávání žáků, rozvoje klíčových  
kompetencí, oblastí vzdělávání a gramotností

Pedagogická fakulta, Univerzita Karlova, 2019



EVROPSKÁ UNIE  
Evropské strukturální a investiční fondy  
OP Výzkum, vývoj a vzdělávání

**MSMT**  
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



Vzdělávací modul  
**MATEMATICKÁ GRAMOTNOST**

# Vzdělávací modul Matematická gramotnost s metodikou

*Kolektiv autorů*



Univerzita Karlova  
Pedagogická fakulta  
2019



EVROPSKÁ UNIE  
Evropské strukturální a investiční fondy  
OP Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

# Vzdělávací modul

## Matematická gramotnost s metodikou

*Publikace vznikla v rámci projektu **Zvýšení kvality vzdělávání žáků, rozvoje klíčových kompetencí, oblastí vzdělávání a gramotností**, reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16\_011/0000664 (2017–2019), financováno z Evropských sociálních fondů, řešiteli projektu jsou Univerzita Karlova, Masarykova univerzita, Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, Technická univerzita v Liberci a META, o.p.s.*

Publikace je určena ke vzdělávacím účelům.

### **Hlavní manažer projektu Univerzity Karlovy:**

doc. PhDr. PaedDr. Anna Kucharská, Ph.D.

### **Manažer projektu Masarykovy univerzity:**

doc. PhDr. Petr Knecht, Ph.D.

### **Manažer projektu Jihočeské univerzity v Českých Budějovicích:**

doc. RNDr. Helena Koldová, Ph.D.

### **Manažer projektu Technické univerzity v Liberci:**

doc. RNDr. Miroslav Brzezina, CSc.

### **Manažer projektu – META, o.p.s.:**

PhDr. Kristýna Titěrová

### **Koordinátor vzdělávacího modulu Matematická gramotnost**

Doc. RNDr. Jarmila Robová CSc.

### **Autoři publikace**

Daniela Bímová, Růžena Blažková, Jiří Břehovský, Irena Budínová, Antonín Jančařík, Darina Jirotková, Jaroslava Kloboučková, Vlasta Moravcová, Jarmila Novotná, Jarmila Robová, Libuše Samková, Naďa Vondrová

### **Řešitelský kolektiv**

Zuzana Baureová, Daniela Bímová, Růžena Blažková, Jiří Břehovský, Irena Budínová, Jana Bucharová, Dana Ciglová, Klára Drsová, Karolina Duschinská, Tereza Gandžalová, Hana Hartová, Zina Hošková, Kamila Hrčková, Antonín Jančařík, Ivana Janoušová, Darina Jirotková, Zdeňka Josková, Štěpánka Kaňková, Jaroslava Kloboučková, Tereza Komprsová, Jaroslava Kopecká, Barbora Košková, Vladimír Kulich, Tereza Legová, Marcela Lehotská, Jakub Michal, Vlasta Moravcová, Petr Mutina, Tatiana Mutinová, Hana Nováková, Jarmila Novotná, Ondřej Novotný, Kamila Ondráčková, Jana Opavová, Martin Pařízek, Karel Pazourek, Ludmila Pudivítrová, Jakub Rejthar, Jarmila Robová, Jana Ryglová, Libuše Samková, Josef Scháněl, Hana Sotáková, Dana Stehlíková, Kateřina Stolínová, Štěpánka Šípošová, Markéta Škutová, Jana Ullspergerová, Michaela Ulrychová, Daniel Vacata, Dana Valinská, Naďa Vondrová, Jakub Votoček, Marta Vrtišová, Barbora Zaifertová

### **Poděkování**

Děkujeme všem kolegyním a kolegům zapojeným ve vzdělávacím modulu Matematická gramotnost za jejich ochotu, nadšení i práci, kterou odvedli během řešení projektu.

### **Recenzent**

RNDr. Jana Hromadová, Ph.D.

# Abstrakt

Publikace se zabývá průběhem, výsledky a zkušenostmi získanými v rámci řešení projektu *Zvýšení kvality vzdělávání žáků, rozvoje klíčových kompetencí, oblastí vzdělávání a gramotností*, reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16\_011/0000664, a to se zaměřením na rozvíjení matematické gramotnosti žáků na základních školách a víceletých gymnáziích. Postupně představuje jednotlivé klíčové aktivity projektu v této oblasti a shrnuje zkušenosti celého řešitelského týmu.

## **Klíčová slova**

Matematická gramotnost, metody výuky, společenství praxe, akční výzkum

# Abstract

The publication deals with the course, results and experiences gained within the project *Enhancing the Quality of Education, Developing Key Competences, Areas of Education and Literacy* reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16\_011/0000664, with a focus on developing pupils' mathematical literacy at primary schools and secondary schools. The text gradually presents the key activities of the project in mathematical literacy area and summarizes the experiences of the whole research team.

## **Key words**

Mathematical literacy, teaching methods, community of practice, action research

# Obsah

Úvod .....	6
1 Témata vzdělávacího modulu Matematická gramotnost.....	7
2 Vzdělávací modul Matematická gramotnost v průběhu klíčové aktivity 3 Společenství praxe pro zvýšení kvality vzdělávání žáků, rozvoje klíčových kompetencí, oblastí vzdělávání a gramotností.....	9
3 Klíčová aktivita 4: Mentoring ve Společenství praxe .....	17
4 Klíčová aktivita 5: Akční výzkum na základních a středních školách .....	18
5 Diskuse, závěry.....	24
Summary .....	25
Literatura .....	26

# Úvod

Tato publikace vznikla v rámci řešení projektu *Zvýšení kvality vzdělávání žáků, rozvoje klíčových kompetencí, oblastí vzdělávání a gramotností*. Je určena učitelům, studentům učitelství i dalším zájemcům o podnětnou výuku matematiky na základních školách a víceletých gymnáziích, kteří zde mohou nalézt inspiraci a náměty pro praxi.

Předkládaný vzdělávací modul s metodikou shrnuje průběh, výsledky a zkušenosti matematické části projektu, která byla zaměřena na rozvíjení matematické gramotnosti žáků. Vedle konkrétních námětů pro výuku matematiky publikace seznamuje čtenáře se zkušenostmi z praxe a výsledky výzkumných šetření, a to v souvislosti s řešenými tématy v projektu.

Na tvorbě metodiky se podílel v průběhu tří let rozsáhlý řešitelský tým, do kterého bylo zapojeno dvacet sedm učitelů z různých regionů, čtrnáct studentů, budoucích učitelů matematiky, a čtrnáct akademických pracovníků se zaměřením na didaktiku matematiky, pedagogiku a psychologii. V průběhu řešení projektu se tak postupně podařilo vytvořit společnou platformu-společenství praxe, ve kterém probíhala spolupráce mezi akademiky, učiteli a studenty, řešily se jednotlivé aktivity a diskutovala se navrhovaná řešení včetně získaných výsledků.

Poděkování za vytvoření metodiky patří všem, kteří se na projektu podíleli, neboť bez vzájemné spolupráce by tato publikace nemohla vzniknout.

Kolektiv autorů

# 1. Témata vzdělávacího modulu

## Matematická gramotnost

V úvodní části projektu jsme připravili předvýběr témat, která by mohla být pro učitele matematiky zapojené v projektu zajímavá a užitečná. Na setkání s učiteli byla poté témata představena včetně ukázek možných výukových aktivit a metod. Během společné diskuze učitelů a akademiků postupně vykrystalizovalo sedm základních tematických okruhů, kterým jsme se dále v projektu věnovali.

V následující tab. 1 jsou uvedena vybraná témata včetně jejich garantů a počtu učitelů, kteří si dané téma zvolili. Vzhledem k většímu počtu učitelů měla jednotlivá témata více garantů, čímž vznikl prostor také pro individuální konzultace akademika a učitele. Každý z 27 zapojených učitelů matematiky si vybíral z nabídky tři témata, na kterých v projektu dále pracoval. Výběr témat souvisel převážně s reálnou praxí učitelů – aktuální témata praxe (např. průřezová témata, individualizovaný a diferencovaný přístup) či učivo matematiky, ve kterém se žáci dlouhodobě potýkají s problémy (např. slovní úlohy, míra v geometrii).

*Tabulka 1: Přehled řešených témat ve vzdělávacím modulu Matematická gramotnost*

<b>Téma</b>	<b>Garanti</b>	<b>Počet zájemců</b>
Průřezová témata v matematice	R. Blažková, T. Suchopárová/L. Samková	9
Míra v geometrii	D. Jírotková, J. Kloboučková, T. Suchopárová/L. Samková, N. Vondrová	8
Geometrická představivost	D. Bímová, J. Břehovský, V. Moravcová, J. Robová	10
Geometrické pojmy a vztahy	V. Moravcová, J. Robová	11
Rozvíjení schopností v matematice – od aritmetiky k algebře	D. Bímová, J. Břehovský, A. Jančařík, D. Jírotková, J. Kloboučková, N. Vondrová	15
Slovní úlohy	D. Bímová, R. Blažková, J. Břehovský, I. Budínová, D. Jírotková, J. Novotná J. Kloboučková	20
Individualizovaný a diferencovaný přístup v matematice	I. Budínová, R. Blažková	8



Kromě témat uvedených v tab. 1 jsme se na společných setkáních v rámci seminářů také věnovali dalším didaktickým i pedagogicko-psychologickým otázkám výuky matematiky, ve kterých jsme spolupracovali s pedagogy a psychology. Konkrétně se jednalo o témata: Analýza postupu řešení matematických úloh u žáků 6. ročníku z pohledu psychologa (H. Sotáková), Náměty na pozorování a analýzu výuky (K. Duschinská), Práce s chybou ve vyučování matematice (J. Novotná), Diferencovaná výuka v matematice (I. Budínová), Některé obtíže českých žáků v oblasti proměnné a algebraických výrazů (N. Vondrová).

## 2. Vzdělávací modul Matematická gramotnost v průběhu klíčové aktivity 3 Společenství praxe pro zvýšení kvality vzdělávání žáků, rozvoje klíčových kompetencí, oblastí vzdělávání a gramotností

### 2.1 Zaměřeno na kurikulum, obsah a cíle vzdělávání

V rámci třetí klíčové aktivity projektu jsme se zaměřili na kurikulum a na školní vzdělávací programy (ŠVP) ve vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace. Učitelé analyzovali a reflektovali školní vzdělávací programy svých škol, a to zejména z pohledu tří témat, na kterých v projektu pracovali. Otázkám kurikula jsme se také věnovali na semináři našeho vzdělávacího modulu, kde jsme rozebírali různé přístupy k rozboru a reflexi školních vzdělávacích programů, např. jak ŠVP odráží specifika školy, jaké je postavení matematické gramotnosti v ŠVP, zda je ŠVP živým dokumentem, který se průběžně upravuje aj.

Většina zapojených učitelů považovala ŠVP na svých školách z hlediska výuky matematiky za plně či převážně vyhovující. Jednalo se zejména o školy, na kterých byl školní vzdělávací program vytvářen ve vzájemné kooperaci:

*Při vytváření ŠVP jsme spolupracovali také s učiteli ostatních předmětů (Fy, Ch, VV, Bi, Z,...) tak, aby se učivo žákům propojilo v souvislostech, abychom posílili mezipředmětové vztahy. Učivo jsme uspořádali tak, aby se cyklicky opakovalo s gradující obtížností, což nám velmi vyhovuje. Nevýhodou však je, že nemůžeme využívat jednu konkrétní sadu učebnic, ale materiály tvoříme sami z různých zdrojů. V našem přístupu k vyučování matematice to však nám nevadí, protože se snažíme novou látku zavádět podnětně, což se v učebnicích často nevyskytuje. (Nováková, 2019)*

*ŠVP připravil v té době didaktik na PF JCU, aprobace M-F; a tím se domníváme, že je velmi dobře vytvořený a není potřeba žádných změn. Přesahy do nebo z učebních bloků byly vždy konzultovány s učiteli daných předmětů. (Bucharová, 2019)*

To, že školní vzdělávací programy jsou „živé organizmy“, dokládají výroky učitelů uvedené v jejich portfoliích:

*... připomínky k ŠVP řešíme pravidelně každý rok na půdě školy. Co má smysl, můžeme upravit. (Mutina, 2019)*

*Před několika lety vypstala potřeba změnit školní vzdělávací program tak, aby lépe vyhovoval potřebám studentů a více se realizovala návaznost jednotlivých předmětů i návaznost témat v rámci matematiky, v případě matematiky zejména návaznost na fyziku a chemii. (Kaňková, 2019)*

*Od roku 2012 dochází k drobným úpravám, zejména důležité pak bylo předělání výstupů v matematice, českém a anglickém jazyce dle vydaných standardů. V letošním roce byly pak přepracovány výstupy a učivo zbývajících předmětů, aby odpovídaly vydaným standardům jednotlivých předmětů. Pokud jde o matematiku v našem ŠVP, pak se domnívám, že po několika různých úpravách, přesunech tematických celků mezi ročníky, přeskupení jednotlivých kapitol v rámci ročníku, máme tuto oblast celkem zpracovanou ke spokojenosti všech vyučujících matematiky na naší škole. (Pařízek, 2019)*

Kritické připomínky učitelů ke školním programům se většinou týkaly zařazení zvolených témat matematiky do konkrétního ročníku. Přesun tematických celků mezi ročníky, zmíněný rovněž v předcházejícím učitelském výroku, byl poměrně častým požadavkem, jak vyplynulo z dalších analýz:

*Doporučila bych dopsat slovní úlohy i do učiva 2. ročníku, i když i tak jsou zde probírány. Určitě by bylo dobré věnovat zde víc času zejména tvorbě zkráceného zápisu slovní úlohy (což na začátku 3. třídy často chybí). (Hošková, 2019)*

*Najdou se jistě pasáže, se kterými nesouhlasím, respektive rozložení učiva do jednotlivých ročníků. Zlomkům bych se více věnoval v 6. ročníku a v 7. ročníku jen jako opakování před PÚ, NÚ, poměrem, procenty. Šestý ročník bych pak zakončil o úhlech, na které bych navázal v 7. ročníku trojúhelníky. (Novotný, 2019)*

Další komentáře učitelů se týkaly obecných formulací žákovských kompetencí v ŠVP či počtu hodin matematiky na jejich škole, a to často v souvislosti s nedostatkem času na procvičení učiva či (ne)dostupnosti vhodných výukových materiálů.

V souvislosti s analýzou školních vzdělávacích programů byla rovněž vypracována databanka materiálů pro výuku matematiky; jedná se převážně o materiály, které učitelé z projektu využívali ve výuce zvolených témat. Vedle tištěných učebnic a sbírek úloh jsou v databance uvedeny elektronické zdroje, které jsou k dispozici online a bezplatně. Databanka materiálů je dostupná na webové stránce projektu, viz <https://pages.pedf.cuni.cz/sc25/matematicka-gramotnost/>.

## 2.2 Zaměřeno na výuku

Témata, která si učitelé na začátku projektu zvolili (tab. 1), byla nejdříve prodiskutována s jejich garanty i s dalšími učiteli ve stejné tematické skupině. Následně byl vypracován návrh intervence, ve kterém byla inovována výuka tématu, a to zařazením nových aktivit, metod či úloh. Poté učitelé pilotovali alespoň jedno ze tří zvolených témat ve výuce na svých školách; o dílčích výsledcích pilotáží učitelé informovali na několika setkáních vzdělávacího modulu. Na základě společných diskuzí i zkušeností z pilotáže byly vytvořené výukové moduly upraveny do výsledné podoby.

V prvním okruhu, *Průřezová témata*, se učitelé orientovali na různé oblasti, byly zde zahrnuty i mezipředmětové vztahy: propojení výuky matematiky a anglického jazyka, tzv. CLIL (číselná osa v anglickém jazyce, mocniny a odmocniny v anglickém jazyce); propojení matematiky a technické výchovy; provázání matematiky a zeměpisu inspirované filmem *Trabantem* napříč Afrikou; rozvíjení finanční gramotnosti žáků (projektová výuka zaměřená na hledání bydlení i na kalkulace cen; Hošková, 2018). Ve druhém případě si v rámci technické výchovy žáci sami vyrobili geoboards a v matematice je pak využili jako univerzální pomůcku pro geometrická bádání (obvod a obsah různých geometrických útvarů, úhel a jeho velikost). Tento výukový modul byl zpracován ve formě samostatné kapitoly v projektové brožuře *Náměty na aktivity rozvíjející matematickou gramotnost* (Samková, 2019). Kromě mezipředmětových vztahů uvedený materiál podporuje propojení školské matematiky s technickou praxí, manipulativní činnosti, řešení nestandardních aplikačních úloh a také řešení úloh s více než jedním správným řešením. Databáze k tomuto materiálu dále rozpracovává dvě velice aktuální záležitosti základního matematického vzdělávání, které s materiálem úzce souvisí: podporu motivace žáků pro studium technických předmětů prostřednictvím řešení technicky zaměřených matematických úloh a badatelsky orientované vyučování matematice.

V rámci tématu *Míra v geometrii* se učitelé věnovali těm aspektům míry v geometrii, které působí žákům tradičně problémy. Výuka v této oblasti často trpí přílišným důrazem na vzorce, který vede k učení se nazpaměť. Cílem výše uvedených pilotází bylo navrhnout takový přístup, který by žákům umožnil pochopit vztahy vedoucí ke zjišťování míry v geometrii. Jednalo se tedy o metody a formy práce, v nichž byli žáci kognitivně aktivizováni a v nichž měli velký podíl na tvorbě nové znalosti. Ze zpětné vazby od učitelů je zřejmé, že aktivní zapojení žáků vidí jako nezbytné a že se jimi navržená výuka zpravidla vydařila. Učitelé se během řešení zabývali různými aspekty míry v geometrii. Některé z nich zůstaly na úrovni návrhu (překládání papíru a jeho využití pro zviditelnění souvislosti mezi obsahem útvaru a algebraickými výrazy, práce s obsahem útvaru ve čtverečkovém papíru, využívání zlomků pro vyčíslování obsahů útvarů), jiné byly pilotovány učiteli v hodinách matematiky (odvození obvodu a obsahu kruhu, povrch a objem krychle a kvádrů, objem kužele, koule a válce). Jeden z metodických materiálů k výuce míry v geometrii je rovněž popsán v jedné kapitole projektové brožury *Náměty na aktivity rozvíjející matematickou gramotnost* (Vondrová, Kaňková, 2019).

Téma *Geometrická představivost* bylo v rámci projektu pilotováno a posléze oště testováno jednak na několika základních školách, převážně v 8. a 9. ročnících 2. stupně ZŠ, jednak na víceletých gymnáziích. Jednalo se o soubory postupně gradovaných úloh za účelem zjištění schopnosti žáků řešit prostorové úlohy (zakreslení pohledů shora, zepředu a z boku na barevná krychlová tělesa), či o úlohy zaměřené na rozvíjení prostorové představivosti žáků („procházky“ po tělesech procvičující prostorovou orientaci). V rámci tématu byly vytvořeny a pilotovány také materiály zaměřené na využití digitálních technologií při rozvíjení geometrické představivosti ve výuce Pythagorovy věty či při konstrukcích trojúhelníků. Jednalo se o dynamické applety vytvořené v programu GeoGebra. Na základě možnosti nastavení různých hodnot zadaných prvků úlohy v jednotlivých appletech pomocí dynamického nástroje programu GeoGebra bylo možné vést s žáky snáze diskusi o možnostech řešení jednotlivých zadaných úloh. Do závěrečných diskusí ve výuce se zapojovali i jindy méně aktivní žáci, neboť mnohdy už jen náznakem pohybu posuvníku a v návaznosti na něm i prvku s ním svázaným bylo jasnější, jak se mění celková konstrukce. Takovéto možnosti jsou při ručním rýsování do sešitu či na tabuli téměř nemožné. V rámci tématu byly publikovány některé materiály a zkušenosti jednak v kapitole projektové brožury *Náměty na aktivity rozvíjející matematickou gramotnost* (Bímová, Břehovský, 2019), jednak v časopisu pro učitele matematiky (Moravcová, Robová, Pazourek, 2019).

V okruhu *Geometrické pojmy a vztahy* se učitelé zaměřili na různá témata: např. na výuku osově a středově souměrnosti, na propedeutiku pojmu vektor a zavedení kartézské soustavy souřadnic či na vlastnosti čtyřúhelníků. Cílem připravených intervencí bylo podpořit porozumění žáků v daném tématu a snížit riziko vzniku formálních poznatků. Během pilotáže se ve výuce osvědčily postupy založené na vizualizaci učiva a na aktivním přístupu žáků ve spojitosti s manipulativními činnostmi. Dle zkušeností učitelů důležitou roli v porozumění žáků hrálo rovněž důkladné procvičování znalostí a dovedností. K uvedenému okruhu byly publikovány materiály – kapitola v projektové brožuře metodických materiálů *Náměty na aktivity rozvíjející matematickou gramotnost* (Moravcová, Robová, Kaňková, 2019), článek v odborném časopise (Moravcová, Kaňková, 2018a) i v konferenčním sborníku (Moravcová, Kaňková, 2018b).

Téma *Rozvíjení schopností v matematice – od aritmetiky k algebře* bylo již svým zaměřením náročné, neboť pro učitele v praxi je obtížné, jak jednotlivé schopnosti žáků hodnotit, jak sledovat jejich dlouhodobý rozvoj vzhledem k realizované intervenci. Neexistuje totiž manuál, který by vedl učitele, jak žákovy schopnosti, na které se zaměřil, měřit a kvantifikovat. Učitelé, kteří si zvolili dané téma, tak stáli před nelehkým úkolem. Výukové moduly v této oblasti se zaměřily na prvním stupni ZŠ na geometrii rovinných útvarů, na druhém stupni pak na grafy lineárních a kvadratických funkcí, na shodnost trojúhelníků i na konstrukční úlohy včetně množin bodů dané vlastnosti, přičemž ve výuce byly využívány digitální technologie. Dále byly připraveny a odzkoušeny moduly zaměřené na rozpoznání algebraických znalostí v aritmetice, např. v tématu zlomky. I v tomto tématu byl jeden z modulů publikován ve formě kapitoly v projektové brožuře *Náměty na aktivity rozvíjející matematickou gramotnost* (Jírotková, Kloboučková, Jančařík, 2019).

Do tématu *Slovní úlohy* se v projektu zapojilo nejvíce učitelů. Slovní úlohy totiž pro žáky představují již tradičně náročné téma, a to jak z hlediska jejich porozumění textu úlohy, tak i z hlediska nalezení vhodného matematického modelu a strategie řešení. Uvedené téma si volili jak učitelé prvního, tak druhého stupně základních škol i učitelé z víceletých gymnázií. Vznikaly tak postupně moduly zaměřené na konkrétní učivo, např. na práci se zlomky či dělitelnost, na hledání největšího společného dělitele a nejmenšího společného násobku. Souběžně vznikaly i moduly zaměřené na práci s textem ve slovních úlohách i na metody řešení těchto úloh, konkrétně na heuristické strategie či nestandardní metody řešení. V rámci modulů byly vytvořeny vhodné úlohy a strategie, některé z nich

byly využívány v průběhu výuky v rámci matematických rozcvíček na začátku nebo v průběhu hodin. Také v okruhu slovních úloh bylo publikováno několik výstupů z projektu – opět kapitola v projektové brožuře *Náměty na aktivity rozvíjející matematickou gramotnost* (Novotná, Nováková, 2019) a příspěvek v konferenčním sborníku (Novotná, Nováková, 2018).

Okruh *Individualizovaný a diferencovaný přístup v matematice* se zabýval aktuální otázkou vzdělávání žáků se specifickými vzdělávacími potřebami v matematice. Potřeba učitelů zabývat se diferencovanou, individualizovanou i individuální výukou matematiky na základních školách neustále vzrůstá, neboť počet dětí se specifickými vzdělávacími potřebami ve třídách neustále narůstá. Učitelé zapojení v řešení tohoto okruhu se zaměřili jak na žáky talentované v matematice, tak na žáky s některými poruchami učení včetně diferencovaného přístupu k žákům v tématu náročném na pochopení, jako jsou operace s lomenými výrazy. Výsledky práce řešitelů v tomto okruhu byly publikovány formou kapitoly v metodické brožuře projektu *Náměty na aktivity rozvíjející matematickou gramotnost* (Budínová, Blažková, Hřčková, 2019), článku v časopise (Budínová et al., 2018) a třemi příspěvky v konferenčním sborníku (Blažková, 2018; Janoušová, 2018; Lehotská, 2018).

## 2.3 Zaměřeno na aktéry vyučovacího procesu

V etapě projektu, která byla zaměřena na učitele i žáky, tj. na aktéry vyučovacího procesu, jsme se postupně věnovali několika okruhům. Jednalo se jak o témata věnovaná formativnímu hodnocení žáků či žákovských chybám, tak některým aktuálním problémům výuky matematiky. Problematika formativního hodnocení žáků průběžně prolínala následujícími semináři, které byly součástí společných jednání učitelů a akademiků:

- Zkušenosti se vzděláváním mimořádně nadaného žáka (R. Blažková)
- Diferencovaná výuka v matematice (I. Budínová)
- Práce s chybou ve vyučování matematice (J. Novotná)
- Některé obtíže českých žáků v oblasti proměnné a algebraických výrazů (N. Vondrová)
- Analýza postupu řešení matematických úloh u žáků 6. ročníku z pohledu psychologa (H. Sotáková)
- CLIL ve výuce matematiky (J. Novotná)

- Využití GeoGebry při řešení úloh pomocí heuristických strategií (D. Bímová, J. Břehovský)

Například v semináři zaměřeném na některé obtíže žáků při práci s algebraickými výrazy byly diskutovány jak příčiny, tak možnosti jejich řešení. Postupný přechod od aritmetiky k algebře je pro řadu žáků náročný a vyžaduje od nich porozumění abstraktním klíčovým pojmům, např. pojmu *proměnné*. Na problémy v této oblasti ukazují nejen výsledky mezinárodních testování, ale také zkušenosti samotných učitelů. V rámci diskuzí učitelů a akademiků byla proto v této etapě věnována pozornost třem pilířům algebry (čísla a číselné výrazy, míra v geometrii, úlohy na zobecnování) a tomu, jakým způsobem přispívají k porozumění na jedné straně, ale také jak mohou působit jako jeho překážky na straně druhé.

Analýza chyb je jednou z nejdůležitějších fází procesu učení žáka, a proto se další z realizovaných seminářů zabýval touto problematikou. Objevení chyby, její interpretace a korekce může být přínosné nejenom pro žáka, ale i pro další pedagogickou činnost učitele. Žákova chyba může učiteli mnoho odhalit. Není to pouze informace o chybném výkonu, ale také ukazatel způsobu žákova myšlení a kvality jeho představ. V průběhu semináře byla opakovaně zdůrazněna nezbytnost chápání chyby jako diagnostického nástroje včetně doporučení, aby se učitel zabýval také příčinami chyb, neboť pak bude snazší pomoci žákovi chybu odhalit a odstranit.

V dalších seminářích věnovaných otázkám individuálního a diferencovaného přístupu k žákům byly prezentovány jak teoretické poznatky, tak zkušenosti i postřehy učitelů zapojených v daném tématu. Jako nezbytné se jeví provádět podrobnou diagnostiku matematické úrovně žáka vzhledem k ročníku, který navštěvuje, brát v úvahu všechny specifické poruchy žáka (zejména dyslexii, dysgrafii, dyskalkulii), respektovat specifické zvláštnosti a strategie žáka při počítání a řešení úloh, zbavovat žáky nedůvěry ve vlastní schopnosti i negativního vztahu k matematice a obav z ní. Při řešení žákovských problémů je třeba využívat multisenzoriální přístup, tj. zapojení více smyslů, využívat možností grafického zpracování pracovních listů (např. barev, obrázků). Tematické zaměření úloh je třeba volit z nejbližšího okolí žáků a v maximální možné míře využívat pomůcek a konkrétních předmětů.

V souvislosti s tématem individuálního přístupu k žákům se v rámci řešení projektu uskutečnily na Masarykově univerzitě v Brně dva semináře *Setkání učitelů*



*a studentů matematiky – Učitelé sdílejí své zkušenosti, na kterých vystupovali učitelé zapojení v projektu a prezentovali své zkušenosti.*

### 3. Klíčová aktivita 4: Mentoring ve Společenství praxe

Klíčová aktivita 4 byla v rámci matematického modulu zaměřena na spolupráci s učiteli, kteří měli zájem zapojit se do další etapy projektu. Cílem aktivit bylo připravit tyto učitele na vedení studentů učitelství matematiky během jejich akčního výzkumu ve školách.

Na seminářích byly diskutovány hlavní zásady a metody mentoringu včetně poskytování pomoci a zpětné vazby studentům. Pozornost při společných setkáních byla věnována také tomu, jakými způsoby mohou studenti vést pozorování v hodinách matematiky. Seminář *Náměty na pozorování a analýzu výuky* k této problematice pro modul Matematická gramotnost připravila K. Duschinská. Na semináři byly učitelům matematiky ze škol představeny různé vzorové archy pro vedení záznamů výuky, jedním z nich byl mezinárodně využívaný formulář vytvořený v projektu ICALT (International Comparative Analysis of Learning and Teaching) a upravený do české verze.

V průběhu této klíčové aktivity byli rovněž kontaktováni studenti – budoucí učitelé matematiky, kteří měli v další etapě projektu realizovat akční výzkum na školách. Didaktici matematiky zapojení v projektu oslovili na svých univerzitách studenty prvních ročníků navazujícího magisterského studia. Postupně se tak podařilo sestavit na každé ze zapojených vysokých škol dva až čtyři týmy, a to ve složení student – učitel (mentor) – akademik (didaktik matematiky) – akademik (pedagog/ psycholog); v některých týmech byli zapojeni až dva studenti učitelství či až dva didaktici současně.

## 4. Klíčová aktivita 5: Akční výzkum na základních a středních školách

V úvodu této aktivity učitelé představili na společných setkáních týmů v rámci jednotlivých vysokých škol konkrétní okruhy, ve kterých by jim zapojení studenti mohli pomoci. Ve společných diskuzích se studenty i akademiky pak probrali možnosti zapojení studentů do řešení představených okruhů. Konkrétní náplň akčního výzkumu byla v některých případech dále zpřesňována na základě jednání učitele a studenta.

Akční výzkum zaměřený na rozvíjení matematické gramotnosti žáků probíhal v souladu s doporučenou metodikou, která byla zveřejněna na webových stránkách projektu, viz <http://pages.pedf.cuni.cz/sc25/ka05-akcni-vyzkum-studentu-v-zakladnich-a-strednich-skolach/>.

### 4.1 Průběh a výsledky akčního výzkumu na Jihočeské univerzitě

Na Jihočeské univerzitě v Českých Budějovicích pracovali na akčním výzkumu dva týmy, jejich složení a zvolená témata uvádí tab. 2.

*Tabulka 2: Účastníci akčního výzkumu a řešená témata na Jihočeské univerzitě*

Student	Učitel (mentor)	Téma
J. Hrabincová	K. Pazourek	Jak žáci řeší úlohy s mocninami
K. Ondráčková, J. Rejthar	K. Scháněl	Jak žáci řeší úlohy se zlomky

Oba akční výzkumy měly kvalitativní charakter a společný design, který obsahoval zadání pre-testu ke zjištění znalostí žáků před zahájením intervence; vlastní intervenci, post-test a vyhodnocení dat. První výzkum zaměřený na problémy žáků při řešení úloh s mocninami probíhal na nižším stupni Gymnázia v Třeboni. Druhý výzkum řešil problémy žáků v úlohách se zlomky a byl realizován na Základní škole O. Nedbala v Českých Budějovicích.

Výsledky obou výzkumů ukázaly pozitivní či aspoň částečný vliv intervencí na kvalitu a správnost žákovských řešení:

*Celkově výzkum hodnotíme jako vydařený. Myslím si, že byl znát velký rozdíl mezi prvním a druhým testem. Většinu chyb, kromě těch, které byly v krácení a dělení, jsme napravili. Věříme, že i studenti už pochopili, že zlomky nejsou obtížné a práce s nimi je začala bavit. (Ondráčková, 2019)*

Podle vyjádření studentů k přínosům akčního výzkumu patřila intenzivní spolupráce se zkušenými učiteli z praxe i intenzivní spolupráce v rámci týmu.

## 4.2 Průběh a výsledky akčního výzkumu na Masarykově univerzitě

Na Masarykově univerzitě v Brně byly do akčního výzkumu v oblasti matematické gramotnosti zapojeny čtyři týmy, jejich složení a zvolená témata jsou uvedeny v tab. 3.

*Tabulka 3: Účastníci akčního výzkumu a řešená témata na Masarykově univerzitě*

Student	Učitel (mentor)	Téma
H. Hartová	K. Hrčková	Individuální péče o nadané žáky, vytvoření souboru pomůcek pro diferencovanou práci ve třídě
Z. Josková	Z. Hošková	Individuální péče o žákyni s dyskalkulií
T. Komprsová	I. Janoušová	Individualizovaná a diferencovaná výuka – vytvoření souboru učebních pomůcek pro počítání do 20 a do 100
B. Zaifertová	M. Lehotská	Zatraktivnění výuky matematiky, vizualizace v matematice

První z uvedených výzkumů byl věnován vytvoření sady náročnějších úloh ve formě kartiček zaměřené na procvičování učiva a rozvíjení logického myšlení u nadaných žáků v 6. ročníku ZŠ. Ověření ve výuce ukázalo, že kartičky jsou funkční a žáci je přijímají pozitivně.

Druhý výzkum zaměřený na individuální péči o žákyni 3. ročníku ZŠ s dyskalkulií byl věnován vytvoření vhodných pracovních listů pro žákyni v oblasti sčítání a odčítání s tzv. přechodem přes desítku. Grafické zpracování listů nejenže

usnadnilo žákyni orientaci v příkladech, ale zvýšilo také její zájem o počítání; osvědčila se spolupráce se spolužačkou během výpočtů.

Třetí výzkum se týkal hodin matematiky v prvním a druhém ročníku základní školy. Byla zpracována a ověřena série učebních pomůcek k procvičování sčítání a odčítání do dvaceti a do sta pro společnou výuku obou ročníků. Vytvořené materiály, použité činnosti a strategie napomáhaly rozvíjet spolupráci mezi žáky i pozitivní vztahy ve třídě.

Čtvrtý výzkum byl věnován zatraktivnění výuky matematiky v 7. ročníku ZŠ formou pracovních listů zaměřených na učivo o racionálních číslech a na shodnost trojúhelníků. V rámci výzkumu byly zpracovány pracovní listy s tematikou blízkou žákům, a to formou přitažlivou pro žáky. Vytvořené materiály byly pozitivně přijaty žáky i učitelkou, nové formy práce přinášely i změnu chování žáků.

Možnost pozorovat reálnou výuku matematiky a podílet se na přípravě materiálů pro žáky považovali zapojení studenti za přínos pro jejich budoucí praxi, všímali si i časové náročnosti výzkumu; to dokládá i vyjádření studentky v jednom z portfolií:

*Díky tomuto výzkumu jsem mohla nahlédnout do problematiky školství (seznámila jsem se s různými úskalími pedagogů a našla řešení pro ně). V neposlední řadě jsem rozvíjela své komunikační dovednosti, efektivně jsem trávila svůj volný čas a rozvíjela svou kreativitu. Jediným záporem na výzkumu shledávám spousty času, který jsem strávila na přípravách. (Zaifertová, 2019)*

## **4.3 Průběh a výsledky akčního výzkumu na Technické univerzitě v Liberci**

Do akčního výzkumu v oblasti matematické gramotnosti byly na Technické univerzitě v Liberci zapojeny dva týmy, jejich složení a zvolená témata jsou uvedeny v tab. 4.

*Tabulka 4: Účastníci akčního výzkumu a řešená témata na Technické univerzitě v Liberci*

Student	Učitel (mentor)	Téma
K. Stolínová	M. Pařízek	Práce se třídou, pozitivní ovlivňování třídního klimatu
B. Košková	Š. Šípošová	Nadaný žák ve výuce matematiky

V rámci prvního z uvedených výzkumů v tab. 4 se jednalo (vzhledem ke zhoršenému klimatu třídy) o navržení matematických aktivit, ve kterých budou žáci při řešení spolupracovat. Výzkum probíhal v jedné třídě 8. ročníku ZŠ. Výsledky pozorování v průběhu intervence ukázaly, že míra spolupráce mezi žáky (až na výjimky) se zvýšila.

Druhý z výzkumů se zabýval žáky nadanými v matematice a zaměřil se na tři žáky jedné třídy v 8. ročníku ZŠ, pro které byly vytvořeny tři aktivity z oblasti rovnice – řešení náročnějších úloh, vytváření smysluplných slovních úloh k danému tématu pro ostatní, vytváření netriviálních slovních úloh k zadaným rovnicím. Ukázalo se, že při řešení náročnějších úloh byli nadaní žáci motivovaní, velmi aktivní a úspěšní, avšak při vytváření nových úloh byla jejich motivace nízká. I zde učitelé ze škol i studenti uváděli, že přínosem byla pro ně také vzájemná spolupráce včetně zapojení akademiků z vysoké školy.

## 4.4 Průběh a výsledky akčního výzkumu na Univerzitě Karlově

Čtyři týmy, které vznikly v rámci akčního výzkumu na Univerzitě Karlově v Praze, se zabývaly rozvíjením matematické gramotnosti žáků na základních školách i nižších gymnáziích. Složení týmů a zvolená témata jsou uvedeny v tab. 5.

*Tabulka 5: Účastníci akčního výzkumu a řešená témata na Univerzitě Karlově*

Student	Učitel (mentor)	Téma
Z. Baureová, T. Gandžalová	T. Mutinová	Komunikace v geometrii: pojmotvorný proces
T. Legová	Š. Kaňková	Rozvíjení porozumění žáků: analytická geometrie (přímka)

J. Michal	M. Ulrychová	Prevence vytváření formálních poznatků: obvod a obsah kruhu
M. Škutová	H. Nováková	Pro žáky atraktivní způsob procvičování: lineární funkce

V úvodní části klíčové aktivity se všechny čtyři týmy společně setkaly a představily svá témata. V rámci setkání proběhl také seminář *Metody sběru dat v akčním výzkumu: pozorování, rozhovor, analýza žákovských produktů* (K. Duschinská), kde účastníci rovněž diskutovali možnosti sběru dat vzhledem k tématu jejich výzkumu.

První z uvedených akčních výzkumů probíhal ve 2. ročníku ZŠ a byl zaměřen na aktivity, ve kterých se rozvíjela komunikace žáků. Jednalo se o práci s geoboardy, využití hry Sova a manipulace s trojúhelníky ve čtvercové mříži. Ukázalo se, že žáci byli nově zařazenými aktivitami motivováni ke vzájemné komunikaci, ve které si postupně ujasňovali některé geometrické pojmy.

Druhý akční výzkum se zabýval zavedením analytického vyjádření přímky na gymnáziu; přístup k zavedení vycházel z vlastností lineární funkce a z jejího grafu. Cílem bylo minimalizovat u žáků vytvoření formálního poznatku. Žáci ze třídy, ve které proběhla intervence, dosáhli v post-testu lepších výsledků než žáci kontrolní třídy, avšak rozdíly nebyly signifikantní.

Třetí výzkum se rovněž zabýval prevencí vytváření formálních poznatků na nižším stupni gymnázia, a to v tématu obvod a obsah kruhu. Při výuce byl zvolen konstruktivistický přístup doplněný manipulativními činnostmi. Na základě pozorování výuky byly zjištěny některé problémy související s tématem i zvoleným přístupem, např. vyšší obtížnost pochopení obvodu kruhu pro žáky, či větší časová náročnost zařazených aktivit spojených s měřením rozměrů útvarů.

Poslední z uvedených šetření bylo věnováno využití online aplikace Kahoot při opakování vlastností lineárních funkcí na nižším stupni gymnázia; při intervenci byla využita metoda skupinové práce. Zapojením online aplikace byli žáci více motivováni, projevila se rovněž soutěživost mezi skupinami. Ukázalo se, že někteří žáci řešili úlohy poctivě, jiní však jen tipovali správný výsledek z nabídky.

## 4.5 Celkové hodnocení akčního výzkumu

Závěrečného semináře, který byl věnován výstupům a reflexi akčních výzkumů, se zúčastnili zástupci všech dvanácti týmů; ve většině případů referovali samotní studenti za podpory svých mentorů či didaktiků. Studenti v diskuzi oceňovali zejména spolupráci se zkušenými učiteli z praxe i odbornou podporu ze strany akademiků, rovněž pozitivně vnímali přínos akčních výzkumů pro jejich budoucí praxi.

Názory studentů, učitelů i akademických pracovníků na akční výzkum byly rovněž zjišťovány prostřednictvím dvou anonymních online dotazníků, které byly převzaty z modulu Čtenářská gramotnost a mírně upraveny pro potřeby modulu Matematická gramotnost; dotazník byl zadán s dvouměsíčním odstupem od závěrečného semináře a obsahoval uzavřené i otevřené položky. Celkem dotazníky vyplnilo deset studentů a patnáct učitelů a akademiků. Podle výsledků dotazníku určeného studentům se tři čtvrtiny z nich domnívají, že výzkum přispěl ke změnám ve výuce a že díky němu rozvinuli své praktické dovednosti související s výukou; pro studenty byla náročná zejména příprava intervenčního plánu i forma týmové práce. Z odpovědí učitelů i akademiků vyplývá, že největší přínos akčního výzkumu spatřují v úzké týmové spolupráci akademického prostředí a škol, dále v propojení teorie s praxí i v tom, že učitelé ze škol mají možnost reflektovat vlastní výuku. Zatímco studenti se ve svých odpovědích jednohlasně shodli na další podpoře akčního výzkumu na ZŠ i SŠ, učitelé i akademici by podpořili tento výzkum ve 12 případech z 15.

I když tematická zaměření výzkumů byla různorodá, spojovala je snaha o zkvalitnění žakovských poznatků i dovedností. Většina realizovaných výukových intervencí byla založena na aktivním přístupu žáků při osvojování či procvičování učiva.



## 5. Diskuse, závěr

Za největší přínos projektu považujeme navázání užší spolupráce mezi akademickou sférou a učiteli základních a středních škol. Díky vzájemné spolupráci během projektu docházelo oběma směry k předávání cenných zkušeností. Podařilo se tak vytvořit *community of practice* ve smyslu B. Jaworski (2001), tj. týmy, kde se propojují pohledy na efektivní výuku, znalosti a zkušenosti učitelů a výzkumníků. Taková spolupráce má podle nás velký význam nejen pro obě skupiny, ale i pro vzdělávání učitelů na všech úrovních. Přínosná byla rovněž spolupráce s kolegy zabývajícími se obecnou didaktikou a pedagogikou, neboť poskytli další pohled na témata řešená v projektu.

Zapojení studentů přineslo další obohacující zkušenosti jak jim samotným, tak učitelům ze škol i akademikům. Předávání zkušeností i vytváření nových se díky spolupráci ve vytvořeném společenství praxe stalo v rámci matematické gramotnosti velmi efektivní. Taková spolupráce však vyžaduje velké časové nasazení a zájem o další osobní rozvoj účastníků.

Věříme, že se podařilo během projektu potvrdit smysluplnost práce zapojených učitelů ze škol, a to zejména tím, že měli příležitost pracovat se studenty, budoucími učiteli, a mohli jim tak zprostředkovat mnoho svých profesních zkušeností, které při běžné praxi studenti získat nemohou.

# Summary

This publication concerns the mathematical part of the project *Enhancing the Quality of Education, Developing Key Competences, Areas of Education and Literacy*. It presents the course, results and experience obtained in the project part aimed on developing mathematical literacy.

The research team of mathematical literacy module consisted of 27 teachers, 14 pre-service mathematics teachers and 14 academics (experts on mathematics education, pedagogy and psychology) from 4 Czech universities – Charles University, Masaryk University, University of South Bohemia and Technical University of Liberec.

The project consisted of several key activities (KA) and this text is focused namely on creating a community of practice (KA3), mentoring (KA4) and on the action research at lower and upper secondary schools (KA5).

In the framework of KA3 and on the base of cooperation between mathematics teachers and academics, teaching materials from seven topics were created and tested in practice. Some of the teachers have continued in follow-up activity KA4 aimed on mentoring where they were prepared to lead students in future action research. After that, 12 research teams were established in KA5. Pre-service mathematics teachers under the guidance of academic staff collaborated with teachers from practice in these teams; they focused on improving teaching and learning in different mathematical topics.

The results and experience gained during the mathematical part of the project were published in several journals and conference proceedings or were presented online on the project webpages.

# Literatura

- Bímová, D., Břehovský, J. Pythagorova věta. In *Náměty na aktivity rozvíjející matematickou gramotnost*, metodická brožura v projektu Zvýšení kvality vzdělávání žáků, rozvoje klíčových kompetencí, oblastí vzdělávání a gramotností, reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16\_011/0000664. Praha: Univerzita Karlova, 2019.
- Blažková, R. Problematické části učiva matematiky, aneb proč mi nejde matematika. In I. Budínová (ed.) *Setkání studentů a učitelů matematiky IX: Učitelé sdílejí své zkušenosti*, 2018. Brno: Masarykova univerzita, s. 6–16.
- Budínová, I., Blažková, R., Ciglová, D., Hrčková, K., Janoušová, I., Lehotská, M., Mutina, P., Ryglová, J. Diferencovaná a individualizovaná výuka matematiky na základní škole. *Gramotnost, pregramotnost a vzdělávání*, 2018, roč. 2, č. 2, s. 91–111.
- Budínová, I., Blažková, R., Hrčková, K. Lomené algebraické výrazy. In *Náměty na aktivity rozvíjející matematickou gramotnost*, metodická brožura v projektu Zvýšení kvality vzdělávání žáků, rozvoje klíčových kompetencí, oblastí vzdělávání a gramotností, reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16\_011/0000664. Praha: Univerzita Karlova, 2019.
- Bucharová, J. *Učitelské dokladové portfolio KA3 Společenství praxe*. Nepublikované portfolio v projektu Zvýšení kvality vzdělávání žáků, rozvoje klíčových kompetencí, oblastí vzdělávání a gramotností, reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16\_011/0000664. České Budějovice: Jihočeská univerzita, 2019.
- Hošková, Z. Pořizujeme si bydlení. In I. Budínová (ed.) *Setkání studentů a učitelů matematiky IX: Učitelé sdílejí své zkušenosti*, 2018. Brno: Masarykova univerzita, s. 17–23.
- Hošková, Z. *Učitelské dokladové portfolio KA3 Společenství praxe*. Nepublikované portfolio v projektu Zvýšení kvality vzdělávání žáků, rozvoje klíčových kompetencí, oblastí vzdělávání a gramotností, reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16\_011/0000664. Brno: Masarykova univerzita, 2019.
- Janoušová, I. Moje zkušenosti se žáky se speciálními vzdělávacími potřebami. In I. Budínová (ed.) *Setkání studentů a učitelů matematiky IX: Učitelé sdílejí své zkušenosti*, 2018. Brno: Masarykova univerzita, s. 24–33.
- Jaworski, B. Developing mathematics teaching: Teachers, teacher educators, and researchers as co-learners. In F.-L. Lin & T.J. Cooney (eds.), *Making sense of mathematics teacher education* (pp. 295–320). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2001.
- Jírotková, D., Kloboučková, J., Jančařík, A. Rozvíjení schopností v matematice – od aritmetiky k algebře. In *Náměty na aktivity rozvíjející matematickou*

- gramotnost, metodická brožura v projektu Zvýšení kvality vzdělávání žáků, rozvoje klíčových kompetencí, oblastí vzdělávání a gramotností, reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16\_011/0000664. Praha: Univerzita Karlova, 2019.
- Kaňková, Š. *Učitelské dokladové portfolio KA3 Společenství praxe*. Nepublikované portfolio v projektu Zvýšení kvality vzdělávání žáků, rozvoje klíčových kompetencí, oblastí vzdělávání a gramotností, reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16\_011/0000664. Praha: Univerzita Karlova, 2019.
- Lehotská, M. Jak si poradit s žákem s autismem v běžné třídě? In I. Budínová (ed.) *Setkání studentů a učitelů matematiky IX: Učitelé sdílejí své zkušenosti*, 2018. Brno: Masarykova univerzita, s. 34–43.
- Moravcová, V., Kaňková, Š. Propedeutika analytické geometrie v rovině. *Gramotnost, pregramotnost a vzdělávání*, 2018, roč. 2, č. 2, s. 45–68.
- Moravcová, V., Kaňková, Š.: Propojení práce v soustavě souřadnic s dalšími oblastmi matematiky. In N. Vondrová (ed.) *Dva dny s didaktikou matematiky*, 2018. Praha: PedF UK, s. 91–97.
- Moravcová, V., Robová, J., Kaňková, Š. Práce s kartézskou soustavou souřadnic. In *Náměty na aktivity rozvíjející matematickou gramotnost*, metodická brožura v projektu Zvýšení kvality vzdělávání žáků, rozvoje klíčových kompetencí, oblastí vzdělávání a gramotností, reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16\_011/0000664. Praha: Univerzita Karlova, 2019.
- Moravcová, V., Robová, J., Pazourek, K. Procházky (nejen) po krychli. *Matematika-fyzika-informatika*. 2019, roč. 28, č. 1. s. 18–29.
- Mutina, P. *Učitelské dokladové portfolio KA3 Společenství praxe*. Nepublikované portfolio v projektu Zvýšení kvality vzdělávání žáků, rozvoje klíčových kompetencí, oblastí vzdělávání a gramotností, reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16\_011/0000664. Praha: Univerzita Karlova, 2019.
- Nováková, H. *Učitelské dokladové portfolio KA3 Společenství praxe*. Nepublikované portfolio v projektu Zvýšení kvality vzdělávání žáků, rozvoje klíčových kompetencí, oblastí vzdělávání a gramotností, reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16\_011/0000664. Praha: Univerzita Karlova, 2019.
- Novotná, J., Nováková, H. Jak na to? Různé způsoby řešení slovních úloh. In N. Vondrová (ed.) *Dva dny s didaktikou matematiky*, 2018. Praha: PedF UK, 98–105.
- Novotná, J., Nováková, H. Řešení úloh ve vyučování matematice. In *Náměty na aktivity rozvíjející matematickou gramotnost*, metodická brožura v projektu Zvýšení kvality vzdělávání žáků, rozvoje klíčových kompetencí, oblastí vzdělávání a gramotností, reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16\_011/0000664. Praha: Univerzita Karlova, 2019.
- Novotný, O. *Učitelské dokladové portfolio KA3 Společenství praxe*. Nepublikova-

- né portfolio v projektu Zvýšení kvality vzdělávání žáků, rozvoje klíčových kompetencí, oblastí vzdělávání a gramotností, reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16\_011/0000664. České Budějovice: Jihočeská univerzita, 2019.
- Ondráčková, K. *Studentské dokladové portfolio KA5 Akční výzkum ve Společenství praxe*. Nepublikované studentské portfolio v projektu Zvýšení kvality vzdělávání žáků, rozvoje klíčových kompetencí, oblastí vzdělávání a gramotností, reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16\_011/0000664. České Budějovice: Jihočeská univerzita, 2019.
- Pařízek, M. *Učitelské dokladové portfolio KA3 Společenství praxe*. Nepublikované portfolio v projektu Zvýšení kvality vzdělávání žáků, rozvoje klíčových kompetencí, oblastí vzdělávání a gramotností, reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16\_011/0000664. Liberec: Technická univerzita v Liberci, 2019.
- Samková, L. Využití pomůcky geoboard při studiu metrických vlastností trojúhelníků a pravouhelníků. In *Náměty na aktivity rozvíjející matematickou gramotnost*, metodická brožura v projektu Zvýšení kvality vzdělávání žáků, rozvoje klíčových kompetencí, oblastí vzdělávání a gramotností, reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16\_011/0000664. Praha: Univerzita Karlova, 2019.
- Vondrová, N., Kaňková, Š. Povrch a objem válce a kužele. In *Náměty na aktivity rozvíjející matematickou gramotnost*, metodická brožura v projektu Zvýšení kvality vzdělávání žáků, rozvoje klíčových kompetencí, oblastí vzdělávání a gramotností, reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16\_011/0000664. Praha: Univerzita Karlova, 2019.
- Zaifertová, B. *Studentské dokladové portfolio KA5 Akční výzkum ve Společenství praxe*. Nepublikované studentské portfolio v projektu Zvýšení kvality vzdělávání žáků, rozvoje klíčových kompetencí, oblastí vzdělávání a gramotností, reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16\_011/0000664. Brno: Masarykova univerzita, 2019.

# Vzdělávací modul

## Matematická gramotnost s metodikou

*Daniela Bímová, Růžena Blažková, Jiří Břehovský, Irena Budínová,  
Antonín Jančařík, Darina Jirotková, Jaroslava Kloboučková,  
Vlasta Moravcová, Jarmila Novotná, Jarmila Robová,  
Libuše Samková, Naďa Vondrová*

Vydala Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta

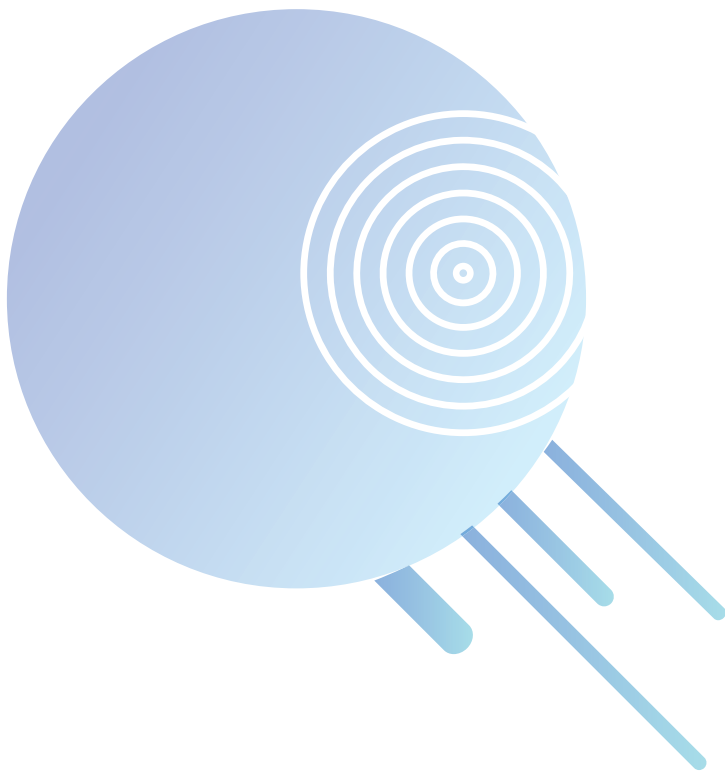
Rok vydání: 2019

Počet stran: 31

Formát A5

1. vydání

ISBN 978-80-7603-057-2



TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI  
Fakulta přírodovědně-humanitní  
a pedagogická

MUNI



PEDAGOGICKÁ  
FAKULTA  
UNIVERZITA KÁRLOVA



Pedagogická  
fakulta  
Faculty  
of Education

Jihočeská univerzita  
v Českých Budějovicích  
University of South Bohemia  
in České Budějovice

...META\*~