

# Sbírka úloh pro cvičení z předmětu Základy optiky



EVROPSKÁ UNIE  
Evropské strukturální a investiční fondy  
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

# Poděkování

V rámci projektu Technika pro budoucnost (reg. č. CZ.02.2.69/0.0/0.0/16\015/0002338) jsou řešeny možnosti modernizace výukového procesu související se zavedením nového studijního předmětu "Základy optiky". Na základě toho vzniknul tento studijní materiál, který má za cíl seznámit studenty se základními matematickými principy optiky.

# Příklad č. 1

- Ze světelného zdroje záření umístěného pod hladinou vody o definovaném indexu lomu 1,33 vycházejí dva světelné paprsky. První z nich dopadá na hladinu pod úhlem  $40^\circ$  a dále pak druhý paprsek pod úhlem  $50^\circ$ . Diskutujte či určete, jak se tyto paprsky budou z fyzikálního hlediska chovat na rozhraní voda - vzduch. Pamatujte na zákonitosti geometrické optiky.

# Příklad č. 1 - řešení

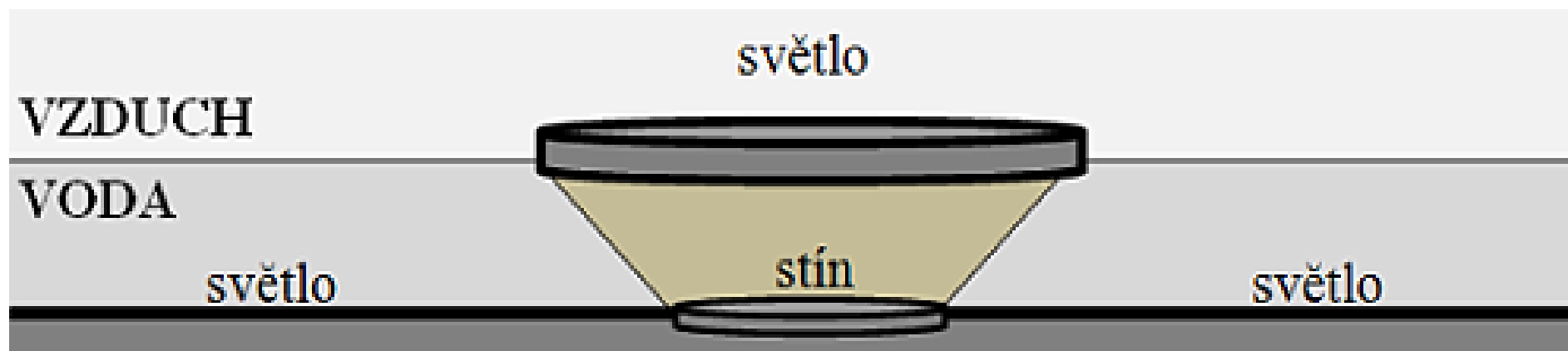
- Při přechodu světelného paprsku z opticky hustšího prostředí (voda) do prostředí opticky řidšího (vzduch) nastává lom od kolmice. Při tzv. mezním úhlu dopadu  $\alpha_m$  (a při všech větších úhlech dopadu  $\alpha$ ) nastává úplný odraz světla. Protože mezní úhel pro průchod světla z vody do vzduchu je  $49^\circ$  (viz Poznámka), v prvním případě nastane lom světla a ve druhém případě dojde k odrazu světla (tzn. podle zákona odrazu se paprsek odrazí zpět pod stejným úhlem).
- Nyní vypočítáme, pod jakým úhlem se bude lámat první paprsek:  
 $\alpha = 40^\circ$ ,  $\beta = ?^\circ$ ,  $n_1 = 1,33$ ,  $n_2 = 1$

# Příklad č. 1 - řešení

- Při výpočtu využijeme tzv. Snellův zákon lomu světla ve tvaru:
- $n_1 \cdot \sin \alpha = n_2 \cdot \sin \beta \Rightarrow$  vyjádříme  $\sin \beta$  pak získáme vztah:
- $\sin \beta = \frac{n_1 \cdot \sin \alpha}{n_2}$  poté můžeme dosadit do daného vzorce naše známe hodnoty ze zadání příkladu:
- $\sin \beta = \frac{1,33 \cdot \sin 40^\circ}{1} \Rightarrow \beta = 59^\circ$
- **Odpověď:**
- Paprsek dopadající pod úhlem  $40^\circ$  pronikne z vody do vzduchu a bude se lámat pod úhlem  $59^\circ$ .  
Paprsek dopadající pod úhlem  $50^\circ$  se odrazí zpět pod úhlem  $50^\circ$ .

## Příklad č. 2

- Na hladině jezera plove dřevěné kruhové pódium o průměru 15 m. Vypočítejte průměr plného stínu pod pódiem, jestliže jezero je zde hluboké 3,5 m. (Předpokládejme, že prostor nad vodní hladinou je osvětlen rozptýleným světlem.)



## Příklad č. 2 - řešení

- Při přechodu světelného paprsku z opticky řidšího prostředí (vzduch) do prostředí opticky hustšího (voda) nastává lom ke kolmici. Proto paprsky s úhlem dopadu  $90^\circ$  mají úhel lomu menší než  $90^\circ$ . (Na obrázku jsou tyto paprsky označeny jako paprsek A a paprsek B.) Proto do určité části prostoru pod dřevěným pódiem neproniká světlo.



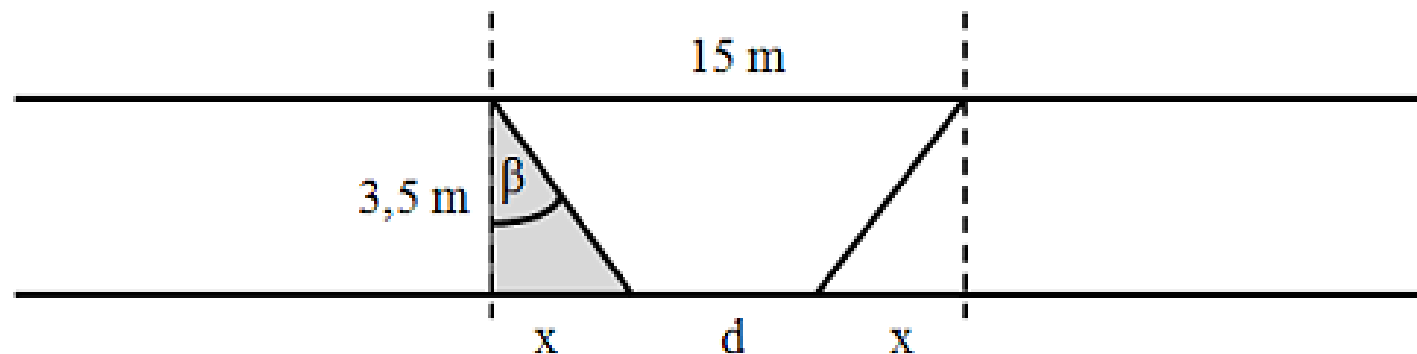
- Nejprve vypočítáme, pod jakým úhlem se bude lámat paprsek A (popř. paprsek B):  $\alpha = 90^\circ$ ,  $\beta = ?^\circ$ ,  $n_1 = 1$ ,  $n_2 = 1,33$

## Příklad č. 2 - řešení

- Při výpočtu využijeme tzv. Snellův zákon lomu světla ve tvaru:
- $n_1 \cdot \sin \alpha = n_2 \cdot \sin \beta \Rightarrow$  vyjádříme  $\sin \beta$  pak získáme vztah:
- $\sin \beta = \frac{n_1 \cdot \sin \alpha}{n_2}$  poté můžeme dosadit do daného vzorce naše známe hodnoty ze zadání příkladu:
- $\sin \beta = \frac{1,0 \cdot \sin 90^\circ}{1,33} \Rightarrow \beta = 48^\circ 45'$
- S využitím hodnot ze zadání příkladu a vypočítané hodnoty úhlu  $\beta$  nyní vypočítáme jaký je průměr stínu  $d$  na dně jezera:



## Příklad č. 2 - řešení



- Číselně je to pak:
- $\operatorname{tg} 48^{\circ} 49' = \frac{x}{3,5\text{m}} \Rightarrow x = 3,99\text{ m} = 4\text{ m}$
- $d = 15 - 2x = 15 - 8 = 7\text{ m}$
- **Odpověď:**
- Průměr plného stínu pod pódiem je přibližně 7 m.

## Příklad č. 3

- Vypuklým zrcadlem byl získán zdánlivý a přímý obraz předmětu ve vzdálenosti 12 cm od vrcholu zrcadla. V jaké vzdálenosti je umístěn předmět, je-li poloměr křivosti zrcadla 40 cm?
- **Řešení:**
- Při zápisu jednotek je třeba dodržet znaménkovou konvenci:  
 $a' = -12 \text{ cm} = -0,12 \text{ m}$ ,  $r = -40 \text{ cm} = -0,4 \text{ m}$ ,  $a = ? \text{ m}$

# Příklad č. 3 - řešení

- Ze zobrazovací rovnice kulového zrcadla platí vztah:
- $\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{2}{r}$  odsud dále je nutné vyjádřit proměnnou  $a$  následovně:
- $a = \frac{ra'}{2a' - r}$ , poté dosadíme číselné hodnoty do dané rovnice:
- $a = \frac{-0,4 (-0,12)}{2(-0,12) - (-0,4)}$ .
- **Odpověď:**
- Předmět je umístěn ve vzdálenosti 30 cm před zrcadlem.
- **Poznámka:**
- Ve výše uvedeném příkladu není nutné převádět vzdálenosti na metry, ale lze dosazovat přímo v centimetrech, protože v zobrazovací rovnici nepočítáme s žádnou jinou fyzikální veličinou.

## Příklad č. 4

- Předmět o výšce 7 cm je umístěn kolmo k optické ose ve vzdálenosti 14 cm od dutého kulového zrcadla s ohniskovou vzdáleností 10 cm. Kde se vytvoří obraz předmětu vytvořený zrcadlem a jak bude vysoký?

# Příklad č. 4 - řešení

- **Řešení:**

- Při zápisu jednotek je třeba dodržet znaménkovou konvenci:  
 $y = 7 \text{ cm} = 0,07 \text{ m}$ ,  $a = 14 \text{ cm} = 0,14 \text{ m}$ ,  $f = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$ ,  $a' = ? \text{ m}$ ,  
 $y' = ? \text{ m}$

- Ze zobrazovací rovnice kulového zrcadla platí vztah:

- $\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f} \Rightarrow$  vyjádříme neznámou  $a'$

- $a' = \frac{r a}{a - f}$ , poté dosadíme:  $a' = \frac{0,1 \cdot 0,14}{0,14 - 0,1} = 0,35 \text{ m}$ ,

- Ze vztahu pro příčné zvětšení zrcadlem:  $Z = \frac{y'}{y} = -\frac{a'}{a} \Rightarrow$  vyjádříme  
neznámou  $y'$  pomocí následujícího vztahu:  $y' = -\frac{a'}{a} y$ , dále pak

$$y' = -\frac{0,35}{0,14} 0,07 = -0,175 \text{ m}$$

# Příklad č. 4 - řešení

- Z vypočítaných hodnot a znaménkové konvence vyplývají následující vlastnosti obrazu:
  - zvětšený (výška obrazu je větší než výška předmětu)
  - převrácený (hodnota  $y'$  je záporná)
  - skutečný (hodnota  $a'$  je kladná)
- **Odpověď:**
- Obraz se vytvoří ve vzdálenosti 35 cm před zrcadlem a bude vysoký 17,5 cm.
- **Poznámka:**
- Ve výše uvedeném příkladu není nutné převádět vzdálenosti na metry, ale lze dosazovat přímo v centimetrech, protože v zobrazovací rovnici ani ve vztahu pro příčné zvětšení nepočítáme s žádnou jinou fyzikální veličinou. Výšku vytvořeného obrazu lze také počítat přímo ze zadaných veličin podle vztahu:

$$Z = \frac{y'}{y} = -\frac{f}{a-f}$$

## Příklad č. 5

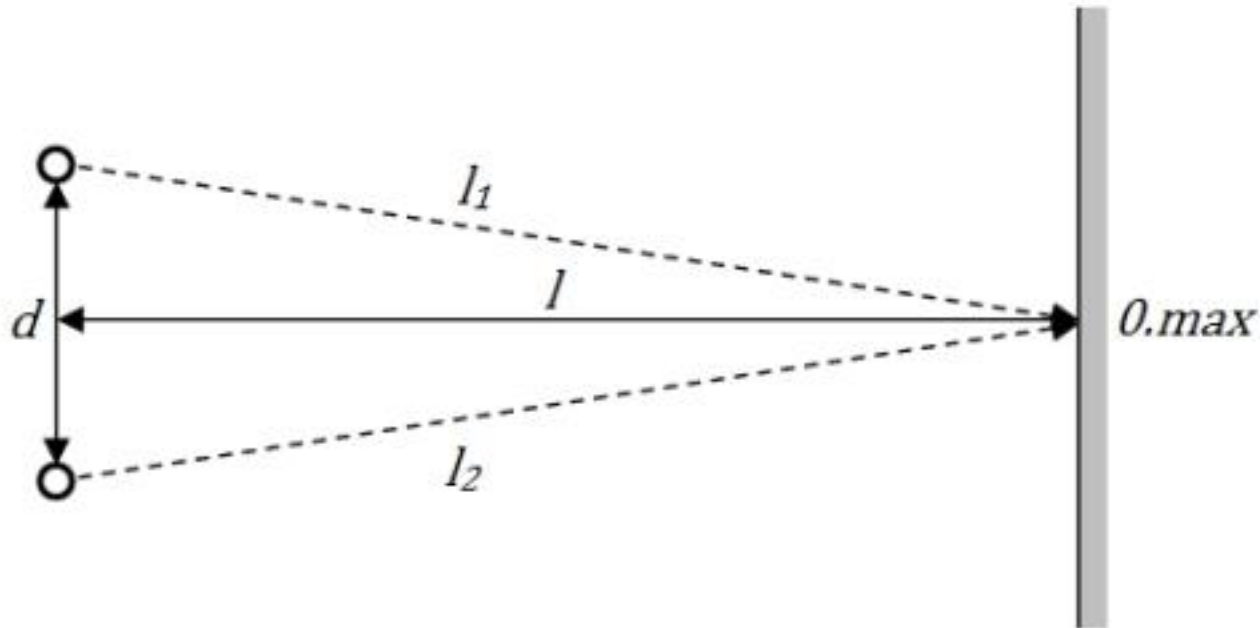
- Dva zdroje koherentního světla osvětlují stínítko, které je ve vzdálenosti 4 metry od obou zdrojů. Vzájemná vzdálenost zdrojů je 2 mm a vlnová délka světla 650 nm. Jak daleko od maxima nultého řádu je maximum prvního řádu?

# Příklad č. 5 - řešení

- **Řešení:**

$$l = 4 \text{ m}, d = 2 \text{ mm} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}, \lambda = 650 \text{ nm} = 650 \cdot 10^{-9} \text{ m}, y = ? \text{ m}$$

- Maximum vzniká v místě, kde se vlnění setkává se stejnou fází. Dráhový rozdíl musí být:
- $\Delta l = l_2 - l_1 = k \cdot \lambda$ , Pro nulté maximum platí  $l_1 = l_2$  a  $\Delta l = 0 \cdot \lambda = 0$ .





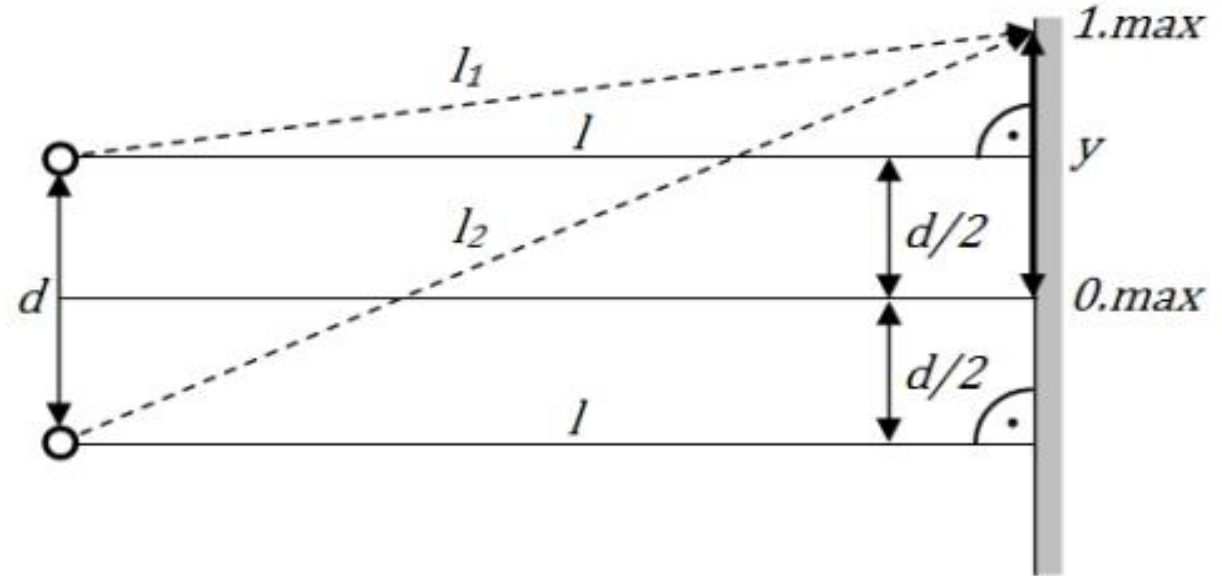
## Příklad č. 5 - řešení

- Nyní určíme podmínku pro maximum prvního řádu.

- Ze dvou pravoúhlých trojúhelníků vyplývá:

- $l_1^2 = l^2 + \left(y - \frac{d}{2}\right)^2$

- $l_2^2 = l^2 + \left(y + \frac{d}{2}\right)^2$



- Z rovnic určíme dráhový rozdíl následovně:

$$l_2^2 - l_1^2 = l^2 + \left(y + \frac{d}{2}\right)^2 - l^2 - \left(y - \frac{d}{2}\right)^2 = 2y \cdot d$$

# Příklad č. 5 - řešení

- $l_2 - l_1 = \frac{2y \cdot d}{l_2 + l_1}$
- Je-li  $y$  mnohem menší než  $l$ , pak  $l_1 + l_2 \approx 2l$ , a pro dráhový rozdíl platí
- $\Delta l = \frac{y \cdot d}{l} = k \cdot \lambda$ , kde číslo  $k$  určuje řád maxima. Nyní upravíme a vypočítáme polohu prvního maxima na základě známých hodnot:
- $y = \frac{l \cdot k \cdot \lambda}{d} = \frac{1 \cdot 650 \cdot 10^{-9} \cdot 4}{2 \cdot 10^{-3}} = 1,3 \cdot 10^{-3} m$
- **Odpověď:**  
Maximum prvního řádu je ve vzdálenosti 1,3 mm od maxima nultého řádu.

## Příklad č. 6

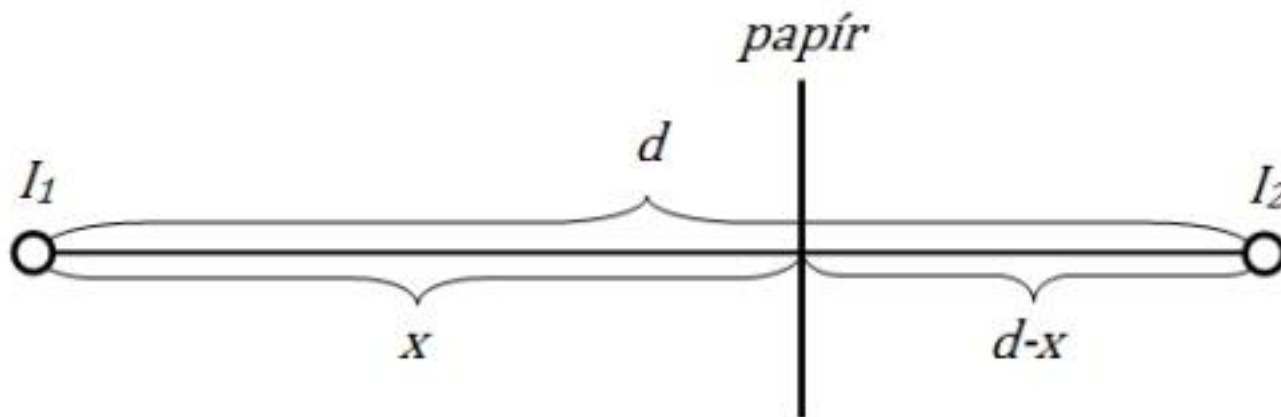
- Dva bodové světelné zdroje jsou umístěny ve vzdálenosti 165 cm od sebe. Jejich svítivosti jsou 25 cd a 16 cd. Kde na spojnici obou zdrojů musíme umístit papír s mastnou skvrnou, aby nebyla skvrna vidět?

## Příklad č. 6 - řešení

- **Řešení:**

$$d = 165 \text{ cm} = 1,65 \text{ m}, I_1 = 25 \text{ cd}, I_2 = 16 \text{ cd}, x = ? \text{ m}$$

- Mastná skvrna nebude vidět, pokud bude papír z obou stran stejně osvětlen.

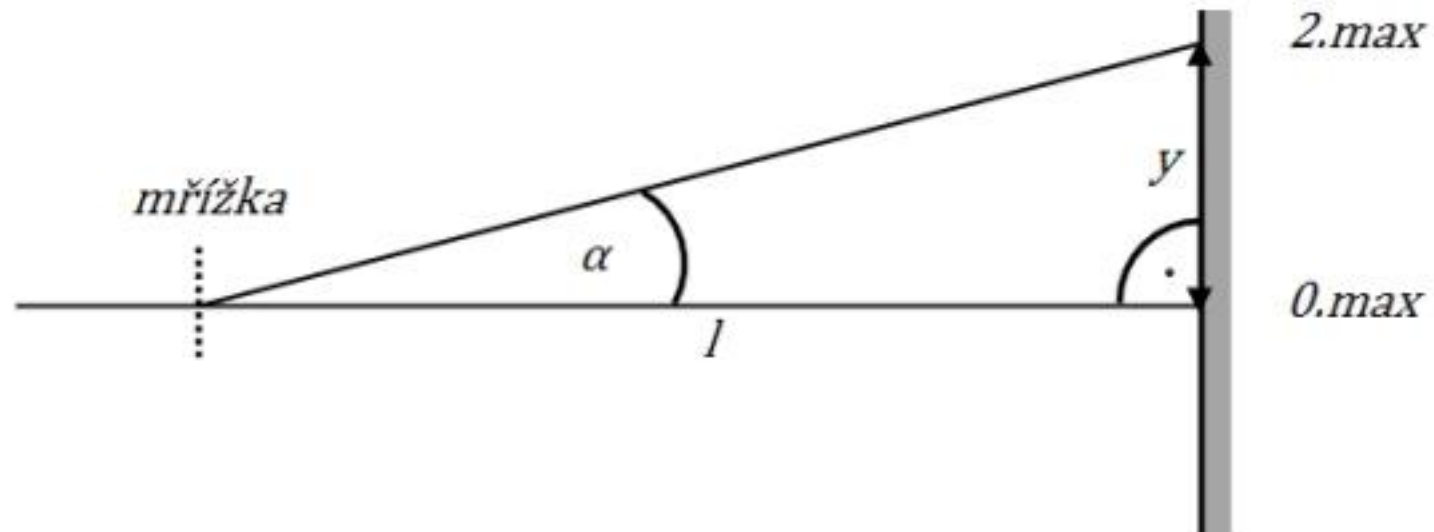


# Příklad č. 6 - řešení

- $E_1 = E_2$
- $\frac{I_1}{x^2} = \frac{I_2}{(d-x)^2}$
- $I_1(d-x)^2 = x^2 I_2$
- $x^2(I_1 - I_2) - 2dI_1x + I_1d^2 = 0$
- Po dosazení do kvadratické rovnice získáme dvě řešení:
- $x_1 = 8,25$   $x_2 = 0,92$
- Řešení  $x_2$  vyhovuje zadání (poloha mezi zdroji).
- **Odpověď:**  
Papír je ve vzdálenosti 92 cm od silnějšího zdroje a 73 cm od slabšího zdroje.

## Příklad č. 7

- Určete kolik vrypů na 1 mm má optická mřížka, jestliže při svícení monochromatickým světlem je maximum druhého řádu ve vzdálenosti 20 cm od maxima nultého řádu. Vzdálenost stínítka od mřížky je 3 metry a vlnová délka světla je 750 nm.
- **Řešení:**  
 $\lambda = 750 \text{ nm} = 750 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ ,  $y = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}$ ,  $l = 3 \text{ m}$ ,  $d = 1 \text{ mm} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ ,  $k = 2$ ,  $n = ?$



## Příklad č. 7 - řešení

- Z obrázku vypočítáme úhel  $\alpha$ :

- $\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{l} = \frac{0,2}{3} \Rightarrow \alpha = 3,81^\circ$

- Pro maximum platí podmínka:

- $b \sin \alpha = k\lambda$

- $b = \frac{\lambda k}{\sin \alpha} = \frac{2\,750\,10^{-9}}{\sin 3,81^\circ} = 2,26\,10^{-5}m$

- Počet vrypů na 1 mm je:

- $n = \frac{d}{b} = \frac{1\,10^{-3}}{2,26\,10^{-5}} = 44$

- **Odpověď:**

Počet vrypů na 1 mm je přibližně 44.

## Příklad č. 8

- Určete optickou mohutnost (tzn. počet dioptrií) dutovypuklé spojky o poloměrech křivosti 80 cm a 55 cm. Index lomu použitého skla je 1,67.



# Příklad č. 8 - řešení

- **Řešení:**
- Optickou mohutnost čočky vypočítáme podle vztahu:
- $\varphi = \frac{1}{f} = (n_2 - 1) \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right),$
- kde  $n_2$  je index lomu skla,  $n_1$  je index lomu okolního prostředí (vzduch) a  $r_1, r_2$  jsou poloměry křivosti optických ploch. Při zápisu jednotek je třeba dodržet znaménkovou konvenci.



dutovypuklá spojka

- Je potřeba si uvědomit, že dutovypuklá spojka má horní plochu dutou (záporný poloměr křivosti) a dolní plochu vypuklou (kladný poloměr křivosti):
- $r_1 = -80 \text{ cm} = -0,8 \text{ m}, r_2 = 55 \text{ cm} = 0,55 \text{ m}, n_1 = 1, n_2 = 1,67, \varphi = ? D$

## Příklad č. 8 - řešení

- $\varphi = \frac{1}{f} = (n_2 - 1) \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$ , poté dosadíme do vzorce námi zadané hodnoty:
- $\varphi = \left( \frac{1,67}{1} - 1 \right) \left( \frac{1}{-0,8} + \frac{1}{0,55} \right) \Rightarrow 0,38 \text{ D}$
- Optická mohutnost čočky je 0,38 D.
- **Poznámka:**
- Při řešení úlohy jsme automaticky uvažovali hodnoty poloměrů  $r_1$  a  $r_2$  ve stejném pořadí, jako jsou uvedeny v zadání příkladu, tzn. menší zakřivení u horní plochy ( $r_1 > r_2$ ). V případě, že by zakřivení horní plochy bylo větší než u dolní plochy ( $r_1 < r_2$ ), jednalo by se o dutovypuklou rozptylku.

## Příklad č. 9

- Index lomu jádra je 1,453 a index lomu pláště je 1,4468. Jaký je mezní úhel šíření, vstupní úhel a numerická apertura?

$$NA = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = \sqrt{(n_1 - n_2) \times (n_1 + n_2)} = \sqrt{\delta n \times (2 \times n)} = \sqrt{n \times \Delta \times (2 \times n)}$$

$$\Delta = \frac{n_1 - n_2}{\frac{n_1 + n_2}{2}} = \frac{\delta n}{\frac{n_1 + n_2}{2}} = \frac{\delta n}{n}$$

$$NA = n_a \cdot \sin \Theta_a$$

$$NA = n_1 \cdot \sin \alpha_c$$

## Příklad č. 9 - řešení

- Index lomu jádra je 1,453 a index lomu pláště je 1,4468. Jaký je mezní úhel šíření, vstupní úhel a numerická apertura?
- Vypočteme jednotlivé neznámé:

$$NA = n_1 \cdot \sin \alpha_c = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = \sqrt{1,453^2 - 1,4468^2} = 0,1341$$

$$NA = n_a \cdot \sin \Theta_a \Rightarrow \Theta_a = \arcsin\left(\frac{NA}{n_a}\right) = \arcsin(0,1341) = 7,47 \Rightarrow \Theta_a = 7'28^\circ$$

$$NA = n_1 \cdot \sin \alpha_c \Rightarrow \alpha_c = \arcsin\left(\frac{NA}{n_1}\right) = \arcsin\left(\frac{0,1341}{1,453}\right) = 5,29 \Rightarrow \alpha_c = 5'17^\circ$$

## Příklad č. 10

- Optické vlákno má numerickou aperturu 0,2 a index lomu pláště 1,59. Určete vstupní úhel pro jádro ve vodě, pokud má voda index lomu 1,33. Dále určete mezní úhel na rozhraní jádro/plášť.

# Příklad č. 10 - řešení

- Nejdříve vypočteme numerickou aperturu, od ní pak odvodíme další neznámé:

$$NA = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = \sqrt{1,5^2 - 1,477^2} = 0,2617$$

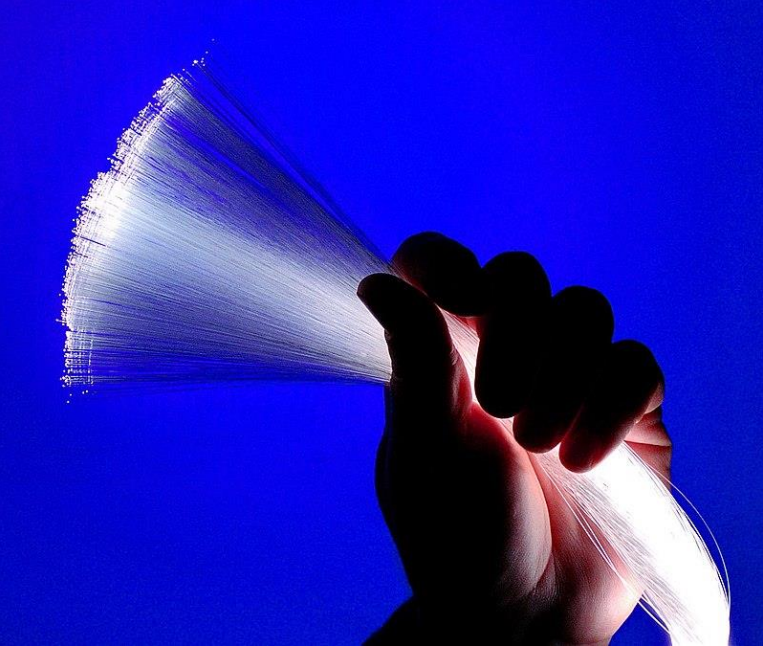
$$NA = n_a \times \sin \Theta_a \Rightarrow \Theta_a = \sin^{-1}\left(\frac{NA}{n_a}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{0,2}{1,33}\right) = 8,64 \Rightarrow \Theta_a = 8^\circ 38'$$

$$\sin \Theta_{1C} = \left(\frac{n_2}{n_1}\right) \Rightarrow \Theta_{1C} = \sin^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{1,59}{1,603}\right) = 82,69 \Rightarrow \Theta_{1C} = 82^\circ 42'$$

$$NA = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \Rightarrow n_1 = \sqrt{NA^2 + n_2^2} = \sqrt{0,2^2 + 1,59^2} = 1,603$$

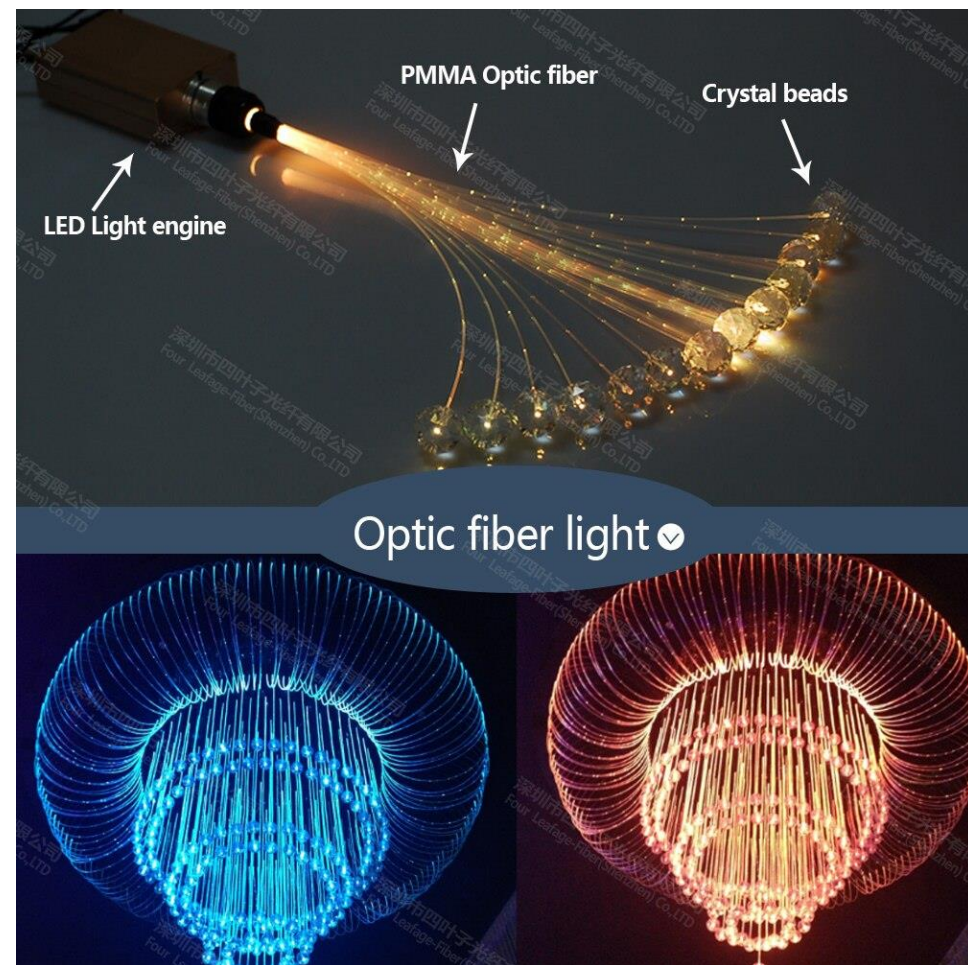
# Použitá literatura

- V. HAJKO A KOL.: *Fyzika v příkladoch*. Alfa, Bratislava 1983.
- J. KUČÍREK: *Sbírka úloh z optiky*. SPN, Praha 1982.
- Sbírka řešených příkladů ([http://sbirkaprikladu.gymkarvina.cz/sbirka\\_prikladu/optika.html?stupen=s](http://sbirkaprikladu.gymkarvina.cz/sbirka_prikladu/optika.html?stupen=s))
- BARTUŠKA, Karel a Zdeněk KUPKA. Sbírka řešených úloh z fyziky pro střední školy: Sbírka úloh pro střední školy. 1. vyd. Praha: Prometheus, 2000, 198 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6037-3.
- LEPIĽ, Oldřich a Zdeněk KUPKA. Fyzika pro gymnázia: optika. 1. vyd. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1993, 167 s. ISBN 80-042-6092-6.
- LEPIĽ, Oldřich a Zdeněk KUPKA. Fyzika: Sbírka úloh pro střední školy. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1995, 269 s. Učebnice pro střední školy (Státní pedagogické nakladatelství). ISBN 80-719-6048-9.
- NAHODIL, Josef a Zdeněk KUPKA. Fyzika v běžném životě: učebnice pro základní školy a víceletá gymnázia. 2., rozš. vyd. Praha: Prometheus, 2004, 206 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6278-3.
- SVOBODA, Emanuel. Přehled středoškolské fyziky. 1. vyd. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1991, 588 s. ISBN 80-042-2435-0.



# Konec

Děkuji za pozornost





# Licenční ujednání



EVROPSKÁ UNIE  
Evropské strukturální a investiční fondy  
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Toto dílo podléhá licenci Creative Commons Uveďte původ 4.0 Mezinárodní License.

