EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava

Hornicko-geologická fakulta

Vybrané kapitoly z fyziky

(E-learningová podpora)

RNDr. Josef Poláček, CSc.

Ostrava

Obsah

1 Harmonický pohyb ... 1

1.1 Netlumený harmonický kmitavý pohyb ... 1

1.2 Tlumený harmonický kmitavý pohyb ... 2

2 Elastická deformace ... 4

2.1 Elastická deformace v tahu (tlaku) ... 4

2.2 Objemová deformace ... 6

2.3 Elastická deformace ve smyku ... 7

3 Teplotní roztažnost látek ... 8

3.1 Teplotní roztažnost pevných látek ... 8

3.2 Teplotní roztažnost kapalin ... 9

4 Šíření tepla ... 10

4.1 Přenos tepla vedením ... 10

4.2 Jednorozměrné stacionární vedení tepla složenou rovinnou stěnou ... 12

4.3 Přestup a prostup tepla ... 13

5 Základní poznatky kvantové mechaniky ... 14

5.1 Záření dokonale černého tělesa ... 15

5.2 Fotoelektrický jev ... 16

5.3 De Broglieho vlny ... 17

6 Základní poznatky speciální teorie relativity ... 18

6.1 Lorentzovy transformace ... 18

6.2 Kontrakce délek ... 20

6.3 Dilatace času ... 21

6.4 Relativistické skládání rychlostí ... 22

7 Maxwellovy rovnice ... 23

8 Atomové jádro ... 27

8.1 Stavba atomového jádra a vazebná energie ... 28

8.2 Přirozená radioaktivita ... 29

8.3 Zákony radioaktivní přeměny ... 30

8.4 Zákony zachování při jaderných reakcích ... 32

1 Harmonický pohyb

Studijní cíle

Po prostudování této kapitoly budete schopni

1. Definovat jednoduchý harmonický pohyb a aplikovat druhý Newtonův zákon, odvodit pohybovou rovnici.

2. Aplikovat principy zachování mechanické energie pro jednoduchý harmonický pohyb
.
3. Napsat a aplikovat vztahy pro stanovení výchylky y, rychlosti v nebo zrychlení a jednoduchého harmonického kmitavého pohybu.

4. Napsat a aplikovat vztah mezi kmitočtem pohybu a hmotností kmitajícího objektu, když je známa tuhost pružiny.

5. Vypočítat frekvenci nebo dobu kmitu jednoduchého harmonického pohybu, když je daná výchylka a zrychlení.

1.1 Netlumený harmonický kmitavý pohyb

Netlumený kmitavý harmonický pohyb je vlastně přímočarý pohyb se zrychlením, které je úměrné výchylce a je orientováno do rovnovážné polohy. Typickým představitelemn netlumeného kmitavého harmonického pohybu je pohyb tělesa na pružině, kdy na těleso působí elastická vratná síla úměrná výchylce z rovnovážné polohy.

Silové působení lze potom popsat vztahem

$$\vec{F} = -k\vec{y}$$

kde $\vec{F}$ je síla pružnosti pružiny, vracející těleso do původní polohy, k je tuhost pružiny, a y je výchylka z rovnovážné polohy.

Pohybová rovnice (Newtonův zákon síly) má tvar

$$\vec{F}_y = m\vec{a}_y$$

Spojením obou výše uvedených rovnic dostaneme pro jednorozměrné netlumené harmonické kmitání pohybovou rovnici

$$-ky = m\frac{d^2y}{dt^2}$$

kde m je hmotnost kmitajícího tělesa.

Po úpravě dostaneme $\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{k}{m}y = 0$ $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$$\boxed{\frac{d^2y}{dt^2} + \omega_0^2 y = 0,}$$

kde ω_0 je vlastní úhlová frekvence oscilátoru.

Řešení výše uvedené diferenciální rovnice vede na harmonické funkce, např.

$$y = \underline{A\sin(\omega_0 t + \varphi_0)}$$

kde ϕ_0 je počáteční fáze, určená počátečními podmínkami (výchylkou v čase t=0s) a A je amplituda (maximální výchylka z rovnovážné polohy).

1.2 Tlumený harmonický kmitavý pohyb

U reálných oscilátorů tření nebo jiné tlumení zpomaluje pohyb systému. V mnoha případech kmitajících systémů může být třecí síla modelována jako úměrná rychlosti v objektu: $F_o = -r\frac{dy}{dt}$, kde r je koeficient odporu prostředí.

Výslednice všech sil působících na těleso je tedy

$$\vec{F} = \vec{F}_y + \vec{F}_o.$$

Takovýto kmitavý pohyb se nazývá **tlumený kmitavý pohyb** a jeho pohybovou rovnici lze zapsat ve tvaru

$$m\vec{a} = \vec{F}_y + \vec{F}_o$$

nebo v y-ových souřadnicích

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = -ky - r\frac{dy}{dt},$$

resp. po úpravě

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{r}{m}\frac{dy}{dt} + \frac{k}{m}y = 0.$$

Označíme-li stejně jako u netlumených kmitů $\sqrt{\frac{k}{m}} = \omega_0$ (vlastní úhlová frekvence v s^{-1}) a dále $\frac{r}{2m} = b$ (rovněž v s^{-1}) jako součinitel tlumení (součinitel útlumu), dostaneme k řešení pohybovou rovnici

$$\boxed{\frac{d^2y}{dt^2} + 2b\frac{dy}{dt} + \omega_0^2 y = 0.}$$

Řešení výše uvedené diferenciální rovnice může být napsáno ve tvaru

$$\boxed{y = A_0 e^{-bt}\sin(\omega t + \varphi_0)}$$

kde $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - b^2}$ je **úhlová frekvence** tlumeného kmitání.

Amplituda tlumených kmitů

$$\boxed{A_t = A_0 e^{-bt}}$$

s časem exponenciálně klesá.

Dalšími parametry pro popis tlumeného kmitavého pohybu jsou útlum λ a logaritmický dekrement útlumu δ. **Útlum λ** je definován jako podíl dvou po sobě následujících amplitud, platí tedy

$$\lambda = \frac{A(t)}{A(t+T)} = \frac{A_0 e^{-bt}}{A_0 e^{-b(t+T)}} = e^{bT}.$$

Logaritmický dekrement útlumu δ je přirozeným logaritmem útlumu λ,

$$\delta = \ln\lambda = bT.$$

2 Elastická deformace

Studijní cíle

Po prostudování této kapitoly budete schopni

1. Definovat a vysvětlit pojmy napětí a deformace, chápat pojem pružné deformace a pevnosti.

2. Znát a být schopni aplikovat vztahy pro výpočet Youngova modulu, modulu pružnosti ve smyku a modulu stlačitelnosti.

3. Znát vzájemné vztahy mezi Youngovým modulem, modulem pružnosti ve smyku a modulem stlačitelnosti.

2.1 Elastická deformace v tahu (tlaku)

Deformaci nazýváme **pružnou**, navrací-li se těleso po odstranění deformujících sil do původního stavu. V opačném případě jde o **deformaci trvalou, plastickou.**
Skutečné látky jsou při malých napětích téměř dokonale pružné. Když se však u nich překročí tzv. mez pružnosti, zůstane deformace trvalá.

Napětí definujeme vztahem

$$\boxed{\sigma = \frac{dF}{dS}}$$

jako sílu působící na jednotkovou plochu.

Normálové napětí (tahové nebo tlakové) je definováno jako podíl normálové (kolmé k ploše) síly a velikosti plochy

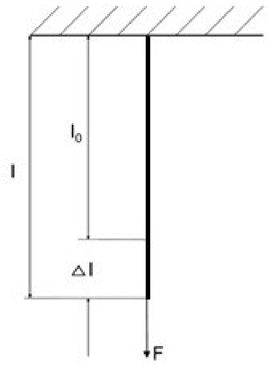
$$\sigma_n = \frac{dF_n}{dS},$$

smykové napětí je definováno jako podíl tečné síly a velikosti $\sigma_t = \dfrac{dF_t}{dS}$.

Relativní podélná deformace je definována jako poměr změny délky k původní délce tělesa

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}.$$

Nejjednodušší situace vznikne při zatěžování tyče (drátu) upevněné na jednom konci silou F. Hovoříme o deformaci v tahu.

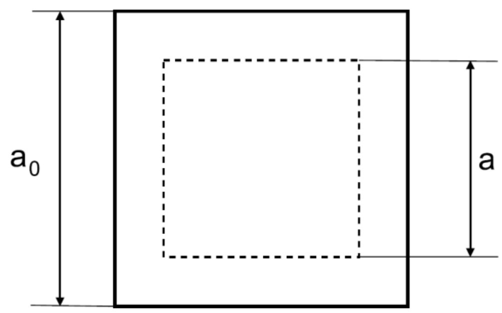


Prodloužení Δl tyče je zřejmě přímoúměrné původní délce l_0 tyče a působící síle, nepřímo úměrné průřezu tyče S. Platí tedy

$$\Delta l = l - l_0 = \frac{1}{E}\frac{F}{S} l_o,$$

nebo $\varepsilon = \frac{1}{E}\sigma_n$,

což je Hookův zákon pro deformaci v tahu. Zde E je modul pružnosti neboli Youngův modul (jeho hodnota závisí na materiálu tyče), F je působící síla.



Při prodlužování tyče se současně se zatížením zmenšuje i její průřez. I v tomto případě bude platit Hookeův zákon. Uvážíme-li např. tyč čtvercového průřezu, potom můžeme analogicky jako poměrné prodloužení definovat **příčné poměrné zkrácení** η vztahem

$$\eta = -\frac{a - a_0}{a_0} = -\frac{\Delta a}{a_0}.$$

Poměrné příčné zkrácení je v souladu s Hookovým zákonem přímo úměrné

$$\eta = k_1 \varepsilon E = \nu \varepsilon = \frac{1}{m}\varepsilon = \frac{1}{mE}\sigma_n.$$

Konstanta ν je další materiálovou konstantou a je nazývána Poissonovo číslo. Je kladné a jeho velikost je menší než ½.

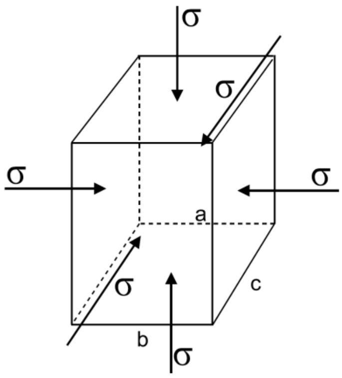
Změna průřezu tyče se dá snadno spočítat

$$-\frac{\Delta S}{S_0} = -\frac{S - S_0}{S_0} = -\frac{(a_0 + \Delta a)^2 - a_0^2}{a_0^2} = -2\frac{\Delta a}{a_0} + \frac{\Delta a_0^2}{a_0^2} \doteq 2\eta$$

(přičemž zřejmě platí že $\frac{\Delta a_0^2}{a_0^2} \to 0$).

2.2 Objemová deformace

Uvažujme např. těleso ponořené do kapaliny, v níž je tlak p. Těleso bude zřejmě zmenšovat svůj objem, hovoříme o **objemové deformaci**.



Kvádr podrobený všestrannému tlaku.

V důsledku působení všesměrného tlaku se bude jeden rozměr tělesa vždy zkracovat a zároveň se bude působením napětí ve dvou kolmých směrech zvětšovat (dochází tedy k poměrnému příčnému prodloužení). Změna každého rozměru kvádru je tedy způsobena podélným zkrácením v příslušném směru a příčným prodloužením způsobeným napětími v kolmých směrech.

Bude tedy platit

$$a = a_0(1-\varepsilon+2\eta),\ b = b_0(1-\varepsilon+2\eta),\ c = c_0(1-\varepsilon+2\eta).$$

Objem kvádru podrobeného hydrostatickému tlaku tedy bude

$$V = abc = a_0 b_0 c_0 (1-\varepsilon+2\eta)^3 =$$

$$= V_0\left[1-\varepsilon^3+8\eta^3+3\left(-\varepsilon+\varepsilon^2+2\eta+4\eta^2+2\varepsilon^2\eta-4\varepsilon\eta^2\right)-12\varepsilon\eta\right]$$

Protože ε a η jsou velmi malé (např. tisíciny) můžeme zanedbat jejich mocniny a vzájemné součiny. Pak platí s dostatečnou přesností

$$V = V_0\left[1-3(\varepsilon-2\eta)\right].$$

Pro relativní změnu objemu pak dostaneme

$$-\frac{\Delta V}{V_0} = -\frac{V-V_0}{V_0} = 3(\varepsilon-2\eta) = 3\left(\frac{\sigma_n}{E}-2\nu\varepsilon\right) = \frac{3(1-2\nu)}{E}\sigma_n,$$

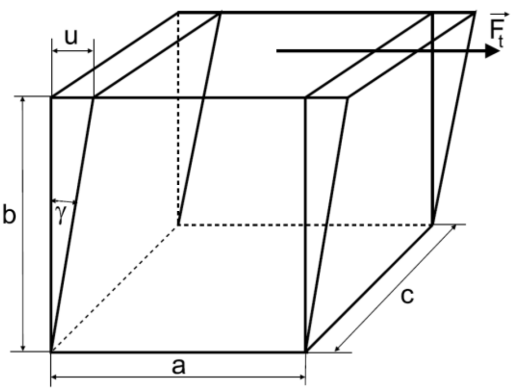
kde $\gamma = -\frac{\Delta V}{V}\frac{1}{p}$ je součinitel stlačitelnosti, a

$K = \frac{1}{\gamma} = \frac{E}{3(1-2\nu)}$ je modul objemové stlačitelnosti.

Vztah $-\frac{\Delta V}{V} = \frac{1}{K}\sigma_n$ platí pro izotropní pevné látky a také pro kapaliny.

2.3 Elastická deformace ve smyku

Mějme hranol o hranách *a, b, c* (viz obr.), jehož podstava je upevněna a na horní podstavu působí tečná síla Ft.



Jejím působením se vůči sobě vzájemně posouvají jednotlivé myšlené vodorovné vrstvy hranolu. Hovoříme o **deformaci ve smyku**.

Posune-li se horní vrstva (horní stěna) o vzdálenost *u*, potom podle Hookeova zákona platí

$$u = k\frac{F_t b}{ac} = \frac{1}{G}\sigma_t b$$

neboli $\gamma = \frac{u}{b} = \frac{1}{G}\sigma_t$,

kde γ je tzv. relativní posunutí, konstanta k se nazývá součinitel posunutí. Častěji se ovšem užívá její převrácené hodnoty $G = \frac{1}{k}$, kde G se analogicky s deformací v tahu a v tlaku nazývá **modul pružnosti ve smyku** a má jednotku Pa.

Mezi modulem pružnosti ve smyku a modulem pružnosti v tahu platí vztah

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}.$$

3 Teplotní roztažnost látek

Studijní cíle

Po prostudování této kapitoly budete

1. Znát definici základních pojmů – koeficientu teplotní délkové roztažnosti a koeficientu objemové teplotní roztažnosti, jejich vzájemný vztah pro pevné látky
2. Chápat souvislost mezi změnou teploty a mechanickým napětím v materiálu

3.1 Teplotní roztažnost pevných látek

Experimenty ukazují, že délka pevné tyče je přímo úměrná teplotě. Aproximace je velmi dobrá, když teplotní rozsah není příliš velký. Můžeme psát

$$l = l_0(1 + \alpha\,\Delta t)$$

kde $\alpha = \frac{\Delta l}{l_0}\frac{1}{\Delta t}$ je koeficient délkové teplotní roztažnosti materiálu tyče. Jednotkou součinitele α je K^{-1}.

Představme si kvádr z izotropní tuhé látky (má ve všech směrech stejné vlastnosti, tedy i koeficient teplotní roztažnosti), který má počáteční rozměry a_0, b_0, c_0 pro teplotu t_0. Při změně teploty se mění každý z rozměrů. Pro objem V, který odpovídá teplotě t, dostaneme

$$V = abc = a_0 b_0 c_0 (1 + \alpha\,\Delta t)^3 = a_0 b_0 c_0 (1 + 3\alpha\Delta t + 3\alpha^2\Delta t^2 + \alpha^3\Delta t^3).$$

Zanedbáním členů druhého a třetího řádu ($\alpha\Delta t$ je malé)dostaneme

$$V = V_0(1 + 3\alpha\,\Delta t) = V_0(1 + \beta\,\Delta t),$$

kde V_0 je původní objem a β = 3α je koeficient objemové teplotní roztažnosti. Jednotkou součinitele β je K^{-1}.

3.2 Teplotní roztažnost kapalin

Experimenty ukazují, že objem kapaliny v závislosti na teplotě může být vyjádřen lineární závislosti

$$V = V_0(1 + \beta\,\Delta t),$$

kde V_0 je počáteční objem a β je koeficient objemové teplotní roztažnosti pro danou kapalinu, $\beta = \frac{1}{V}\left(\frac{dV}{dt}\right)_p$ za konstantního tlaku p.

Většina kapalin vykazuje víceméně stejnoměrnou teplotní roztažnost s růstem teploty. Výjimkou z tohoto pravidla je voda. Při zahřívání od teploty 0^0 C se její objem zmenšuje až po teplotu zhruba 4 ^{0}C. Nad touto teplotou se voda chová stejně jako ostatní kapaliny a její objem roste s růstem teploty. Teplotní roztažnost kapalin je obecně řádově větší než u pevných látek.

Jestliže teplota kapaliny roste za konstantního objemu dochází v kapalině k nárustu tlaku, neboť přírustek objemu kapaliny způsobený ohřátím musí být kompenzován stlačením kapaliny. Mezi vzrůstem tlaku v kapalině Δp a změnou objemu kapaliny ΔV počátečního objemu V_0 platí vztah

$$\frac{\Delta p}{K} = -\frac{\Delta V}{V_0},$$

kde K je koeficient objemové stlačitelnosti kapaliny. Tlak potřebný ke stlačení kapaliny do jejího původního objemu dostaneme z rovnice

$$\frac{\Delta p}{K} = \frac{\Delta V}{V_0} = \beta \, \Delta t,$$

znaménko plus v rovnici výše je dáno tím, že objem kapaliny vzrůstá s teplotou. Pro zvýšení tlaku při ohřevu kapaliny za konstantního objemu dostaneme

$$\Delta p = K\beta \, \Delta t.$$

4 Šíření tepla

Studijní cíle
Po prostudování této kapitoly budete schopni

1. Vysvětlit na příkladech a porozumět definicím týkajících se tepelné vodivosti, sdílení tepla konvekcí a zářením.

2. Vysvětlit problematiku vedení tepla s užitím pojmů jako množství tepla, plocha, povrchová teplota, tepelná vodivost, čas a tloušťka materiálu.

Šířením tepla se rozumí samovolný nevratný proces přenosu (sdílení) tepla. Rozeznáváme tři mechanismy přenosu tepla: vedením (kondukcí), prouděním (konvekcí) a zářením (radiací).

4.1 Přenos tepla vedením

Tento způsob šíření tepla se uplatňuje hlavně u pevných látek. Molekuly nebo ionty, ze kterých se tělesa skládají, vykonávají tepelný pohyb. Čím je tento pohyb intenzívnější, tím vyšší je teplota. Je-li teplota tělesa v určitém místě tělesa vyšší, je vyšší i kinetická energie molekul v tomto místě. Protože jsou molekuly v tělese na sebe vázány kohezními silami, dochází k předávání energie molekulám, jejichž energie je menší. V důsledku toho se teplejší místa ochlazují a chladnější místa oteplují, a to tak dlouho, dokud se teploty nevyrovnají.

Tepelný tok q je teplo prošlé danou plochou za jednotku času,

$$\boxed{q = \frac{dQ}{d\tau}.}$$

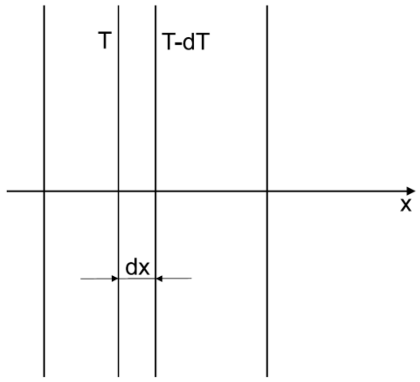
Hustota tepelného toku je veličina charakterizující přenos tepla lokálně,

$$\boxed{\varphi = \frac{dq}{dS} = \frac{dQ}{d\tau . dS}.}$$

Velikostí hustoty tepelného toku rozumíme tepelný tok procházející v daném okamžiku jednotkovou plochou postavenou kolmo na směr přenosu tepla

Vedení tepla rovinnou stěnou.

Předpokládejme rovinnou stěnu o ploše S, v níž teplota klesá ve směru osy x.



Při jednorozměrném vedení tepla (např. v rovinné stěně na obrázku ve směru osy *x*), je hustota tepelného toku φ úměrná spádu (poklesu) teploty $-\frac{dT}{dx}$. Platí tzv.

Fourierův zákon

$$\boxed{\varphi = -\lambda \frac{dT}{dx}}$$

Zde je λ součinitel tepelné vodivosti, konstanta pro každý materiál. Obecně můžeme Fourierův zákon napsat ve tvaru

$$\boxed{\vec{\varphi} = -\lambda \overrightarrow{grad}\ T.}$$

Z definice hustoty tepelného toku plyne

$$\boxed{dQ = -\lambda \frac{dT}{dx} dS d\tau.}$$

Pro ustálené vedení tepla přes stěnu z homogenního materiálu musí platit $\frac{dT}{dx} = konst$, protože při ustáleném vedení tepla se teplo nikde neakumuluje.

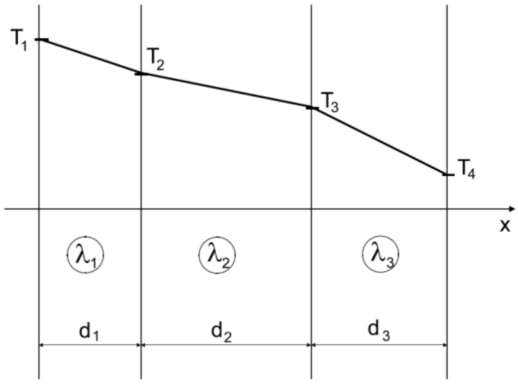
Pro množství tepla prošlého stěnou můžeme v našem případě ustáleného tepelného toku napsat výraz

$$Q = \varphi S \tau = \frac{\lambda}{d}(T_1 - T_2) S \tau.$$

Zde je S plocha stěny, d je tloušťka stěny, jejíž povrchy mají rozdílné povrchové teploty $T_1 > T_2$, λ je součinitel tepelné vodivosti materiálu stěny a τ je čas.

4.2 Jednorozměrné stacionární vedení tepla složenou rovinnou stěnou

Mějme stěnu složenou z vrstev materiálů o různé tepelné vodivosti a různých tloušťkách vrstev, jak je naznačeno na obrázku.



Při stacionárním vedení je φ = konst., pro složenou rovinnou stěnu tedy platí

$$\varphi = \frac{\lambda_1}{d_1}(T_1 - T_2) = \frac{\lambda_2}{d_2}(T_2 - T_3) = \frac{\lambda_3}{d_3}(T_3 - T_4).$$

Pro rozdíly teplot na rozhraní jednotlivých vrstev dostaneme

$$(T_1 - T_2) = \frac{d_1}{\lambda_1}\varphi$$

$$(T_2 - T_3) = \frac{d_2}{\lambda_2}\varphi$$

$$(T_3 - T_4) = \frac{d_3}{\lambda_3}\varphi .$$

Po úpravě $T_1 - T_4 = \left(\frac{d_1}{\lambda_1} + \frac{d_2}{\lambda_2} + \frac{d_3}{\lambda_3}\right)\varphi$

pro hustotu tepelného toku dostaneme

$$\varphi = \frac{T_1 - T_4}{\frac{d_1}{\lambda_1} + \frac{d_2}{\lambda_2} + \frac{d_3}{\lambda_3}}.$$

Výraz $\frac{d_1}{\lambda_1}+\frac{d_2}{\lambda_2}+\frac{d_3}{\lambda_3}$ je tepelný odpor rovinné stěny složené z jednotlivých vrstev, $\frac{d_1}{\lambda_1},\frac{d_2}{\lambda_2},\frac{d_3}{\lambda_3}$ jsou postupně tepelné odpory jednotlivých vrstev. Tepelný odpor rovinné stěny složené z vrstev je tedy roven součtu tepelných odporů jednotlivých vrstev.

4.3 Přestup a prostup tepla

Při přestupu tepla z tekutiny do pevného materiálu stěny hraje roli tzv. mezní vrstva. Protože v tekutině je možné proudění tepla, je teplota uvnitř tekutiny všude stejná až na tenkou vrstvičku, která přiléhá těsně ke stěně (mezní vrstva). V této vrstvě jsou molekuly kapaliny (plynu) těsně poutány ke stěně a nemohou proudit a míchat se s ostatními molekulami kapaliny. V této vrstvě se tedy teplo může šířit jen vedením. Pro malou tepelnou vodivost tekutin tvoří mezní vrstva tepelný odpor pro přestup tepla a vzniká v ní teplotní spád $T_1 - T_2$.

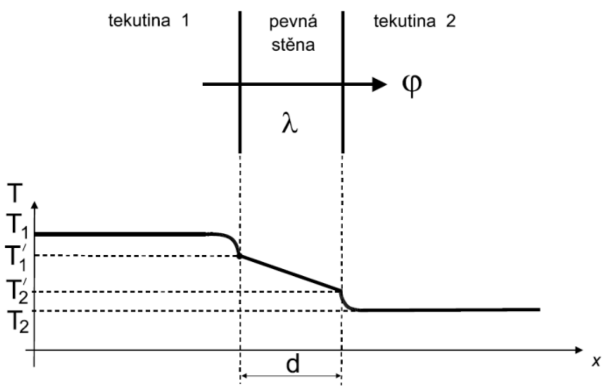
Pro přestup tepla přes tuto vrstvu platí Newtonův vztah

$$\boxed{Q = \alpha S (T_1 - T_2)\tau}$$

nebo $\varphi = \alpha (T_1 - T_2)$

kde τ je čas, S je plocha a α je koeficient přestupu tepla. Tento koficient je mírou intenzity přestupu tepla mezi povrchem tělesa a jeho okolím. Konstanta úměrnosti α má jednotku $\mathrm{W.m^{-2}.K^{-1}}$. Převrácená hodnota $\frac{1}{\alpha}$ je potom tepelný odpor přestupu tepla rozhraním.

Jev tepelné výměny mezi dvěma tekutinami oddělenými stěnou z pevné látky se nazývá **prostup tepla**.



Za ustáleného stavu bude hustota tepelného toku φ při přestupu tepla z prvé tekutiny do stěny, při průchodu tepla stěnou a konečně i při přestupu tepla ze stěny do druhé tekutiny stále stejná, pro tepelný tok bude zřejmě platit

$$\varphi = \alpha_1\left(T_1 - T_1^{/}\right) = \frac{\lambda}{d}\left(T_1^{/} - T_2^{/}\right) = \alpha_2\left(T_2^{/} - T_2\right),$$

kde α_1, α_2 jsou součinitelé přestupů tepla na površích stěny, d je tloušťka stěny, S je její plocha, λ součinitel tepelné vodivosti materiálu stěny, T_1 a T_2 jsou teploty tekutiny, $T_1^{/}$ a $T_2^{/}$ jsou teploty povrchu stěny.

Zřejmě platí

$$T_1 - T_1^{/} = \frac{\varphi}{\alpha_1}$$

$$T_1^{/} - T_2^{/} = \frac{d}{\lambda}\varphi$$

$$T_2^{/} - T_2 = \frac{\varphi}{\alpha_2}$$

Úpravou dostaneme pro hustotu tepelného toku výraz

$$\boxed{\varphi = \frac{1}{\dfrac{1}{\alpha_1} + \dfrac{d}{\lambda} + \dfrac{1}{\alpha_2}}\left(T_1 - T_2\right)}$$

a pro celkové teplo prošlé rozhraním za čas τ

$$\boxed{Q = \frac{S\tau\left(T_1 - T_2\right)}{\dfrac{1}{\alpha_1} + \dfrac{d}{\lambda} + \dfrac{1}{\alpha_2}}.}$$

Výraz $\dfrac{1}{\alpha_1} + \dfrac{d}{\lambda} + \dfrac{1}{\alpha_2}$ představuje tepelný odpor při prostupu tepla.

5 Základní poznatky kvantové mechaniky

Studijní cíle
Po prostudování této kapitoly budete schopni

1. Vysvětlit model dokonale černého tělesa.
2. Znát pojmy intenzita vyzařování, spektrální intenzita vyzařování.
3. Znát a umět použít Wienův zákon a Stefan-Boltzmanův zákon.
4. Znát Planckovu kvantovou hypotézu a jeho vyzařovací zákon.

5.1 Záření dokonale černého tělesa

Jedním z jevů, který nedokázala fyzika na konci devatenáctého století uspokojivě teoreticky vysvětlit, bylo spektrum záření vyzařovaného horkými předměty. Při pokojové teplotě nevnímáme toto elektromagnetické záření kvůli jeho nízké intenzitě. Při vyšších teplotách se projevuje infračervené záření, které pociťujeme, pokud jsme blízko u objektu. Při stále vyšších teplotách svítí objekty žlutou nebo bělavou barvou, jako například vlákno žárovky.

Pro studium tohoto problému je nejvhodnější začít studiem vlastností idealizovaného modelového zářiče, kterým je tzv. dokonale černé těleso. Dokonale černé těleso je objekt, který absorbuje veškeré záření, které na něj dopadne (to znamená, že neodráží žádné záření ani neumožňuje aby záření procházelo na druhou stranu). Energie, kterou černé těleso absorbuje, jej ohřívá a pak vyzařuje své vlastní záření. Jediný parametr, který určuje, kolik záření vyzařuje černé těleso a na jakých vlnových délkách je jeho teplota. Neexistuje žádný objekt, který by byl ideálním černým tělesem, ale mnoho objektů (včetně hvězd) se chová přibližně jako černá tělesa. Dalšími běžnými příklady jsou vlákna žárovky nebo jiná tělesa zahřívána na vysoké teploty.

Intenzita vyřazování dokonale černého tělesa je definována takto

$$M_0 = \frac{dW}{dSdt}.$$

Je to tedy celková energie vyzářená z jednotkového povrchu černého tělesa (a na všech vlnových délkách elektromagnetického záření) za jednotku času.

Stefan–Boltzmannův zákon vyjadřuje závislost intenzity vyzařování na teplotě,

$$\boxed{M_0 = \sigma T^4.}$$

Konstanta $\sigma = 5{,}67.10^{-8}$ W.m^{-2}.K^{-4} se nazývá Stefan – Boltzmannova konstanta.

Planckův zákon vyjadřuje závislost spektrální intenzity vyzařování dokonale černého tělesa na teplotě a vlnové délce záření. Max Planck jej zformuloval v roce 1900 na základě přijetí tzv. kvantové hypotézy o procesu emise světelného záření ze zahřátého povrchu těles. Tato hypotéza je základem moderní kvantové teorie. Spektrální intenzita vyzařování dokonale černého tělesa, $M_{0\lambda}$, je definována jako množství energie vyzářené za jednotku času z jednotkového povrchu tělesa v jednotkovém intervalu vlnových délek

$$M_{0\lambda} = \frac{dW}{dSdtd\lambda}.$$

Planck s užitím své kvantové hypotézy ukázal, že tuto závislost lze popsat vztahem

$$\boxed{M_{0\lambda} = \frac{c_1 \lambda^{-5}}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1}}$$

$$c_1 = 2\pi hc^2,\ c_2 = \frac{hc}{k}$$

kde k je Boltzmannova konstanta, h je Planckova konstanta, c je rychlost světla, λ je vlnová délka záření a T je absolutní teplota.

Wienův posunovací zákon říká, že vlnová délka maxima spektrální intenzity vyzařování dokonale černého tělesa závisí nepřímo úměrně na teplotě. Tuto zákonitost zjistil Wilhelm Wien několik let předtím, než Max Planck formuloval svůj zákon, z kterého také vyplývá, že spektrum záření dokonale černého tělesa se posunuje ke kratším vlnovým délkám když teplota tělesa roste.

Formálně Wiennův posunovací zákon říká, spektrální intenzita vyzařování dokonale černého tělesa má maximum při vlnové délce λ_{max} dané vztahem

$$\lambda_m T = b$$

kde T je absolutní teplota v Kelvinech a b je tzv. konstanta Wienova posunovacího zákona, rovna 2.8977729×10^{-3} m·K.

Planckův zákon pro spektrální intenzitu vyzařování dokonale černého tělesa souvisí s Wienovým posunovacím zákonem a můžeme jej použít pro odvození tohoto zákona. Derivování $M_{0\lambda}$ podle λ a určení extrému funkce (položíme derivaci rovnu nule, $\frac{dM_{0\lambda}}{d\lambda} = 0$) nám dá Wiennův posunovací zákon. Řešením integrálu $M_0 = \int_0^\infty \frac{c_1 \lambda^{-5}}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1} d\lambda$ je Stefan-Boltzmannův zákon $M_0 = \sigma T^4$.

5.2 Fotoelektrický jev

Podstatou fotoelektrického jevu je uvolnění elektronu z povrchu materiálu po dopadu světla na povrch (přesněji se jedná o tzv. vnější fotoelektrický jev). Tyto elektrony jsou tzv. fotoelektrony. Podle klasické elektromagnetické teorie dochází k přenosu energie světelného záření na elektrony. Z pohledu klasické teorie elektromagnetického vlnění by v této situaci změna intenzity světla měla vést ke změně kinetické energie elektronů emitovaných z kovu. Navíc podle této teorie by se dalo očekávat, že při dostatečně slabém osvětlení se objeví časové zpoždění mezi počátkem osvětlení a následnou emisí elektronu. Experimentální výsledky však neodpovídaly ani jedné z těchto dvou předpovědí klasické teorie.

Místo toho jsou elektrony uvolňovány pouze interakcí s fotony, které dosáhnou nebo překročí mezní frekvenci (energii). Pokud není tato mezní hodnota dosažena, nejsou z materiálu uvolňovány žádné elektrony bez ohledu na intenzitu světla nebo dobu expozice světlem.

K pochopení faktu, že světlo může uvolnit elektrony, i když jeho intenzita je nízká, Albert Einstein navrhl představu, že paprsek světla není vlnou šířící se vesmírem, ale spíše sbírka diskrétních vlnových paketů (fotonů), každá s energií hν. Rozšířil tím původní Planckovu hypotézu i na proces šíření světla v prostoru. Energie fotonu se při interakci s elektronem spotřebuje na jeho uvolnění z kovu (nebo polovodiče) a na kinetickou energii uvolněného elektronu

$$\boxed{h\nu = h\nu_m + W_{k\max} = A_v + W_{k\max}.}$$

Zde ν_m je mezní frekvence a A_v je výstupní práce elektronu (tedy jeho vazební energie) pro daný materiál

$$\nu_m = \frac{A_v}{h}.$$

Fotony mají charakteristickou energii úměrnou frekvenci světla. V procesu fotoemise, jestliže elektron v nějakém materiálu absorbuje energii jednoho fotonu a získává více energie než je výstupní práce (vazebná energie elektronu) pro daný materiál, je elektron uvolněn z povrchu. Pokud je energie fotonu příliš nízká, elektron nemůže uniknout z materiálu. Energie emitovaných elektronů proto nezávisí na intenzitě dopadajícího světla, ale pouze na energii (ekvivalentní frekvenci) jednotlivých fotonů. Je to interakce mezi dopadajícím fotonem a elektrony nejblíže k povrchu materiálu.

5.3 De Broglieho vlny

V roce 1923 předložil francouzský fyzik Louis-Victor de Broglie (1892-1987) radikální návrh založený na předpokladu, že příroda je symetrická. Pokud EM záření má jak vlastnosti částic, tak vlnové vlastnosti, příroda by byla symetrická, kdyby hmota měly vlastnosti částic i vln. Pokud to, co jsme kdysi považovali za jednoznačnou vlnu (EM záření), je také částečkou, pak to, co považujeme za jednoznačnou částici (hmotu), může mít také vlnové vlastnosti. Předpokládal, že pohyb každé mikročástice je svázán s existencí tzv. doprovodné vlny, jejíž vlnová délka souvisí s hybností částice

$$\lambda = \frac{h}{m.v}.$$

Duální charakter chování mikročástic nám tento vztah názorně ukazuje – na levé straně je vlnová délka, na pravé straně klasická mechanická veličina – hybnost. Správnost hypotézy byla brzy prokázána řadou experimentů (Davisson – Germerův pokus, Thomsonovy experimenty) a na duálním chování mikročástic je založena funkce např. elektronového mikroskopu. Existenci a podstatu těchto tzv. doprovodných vln lze lépe vysvětlit z hlediska kvantové mechaniky.

6 Základní poznatky speciální teorie relativity

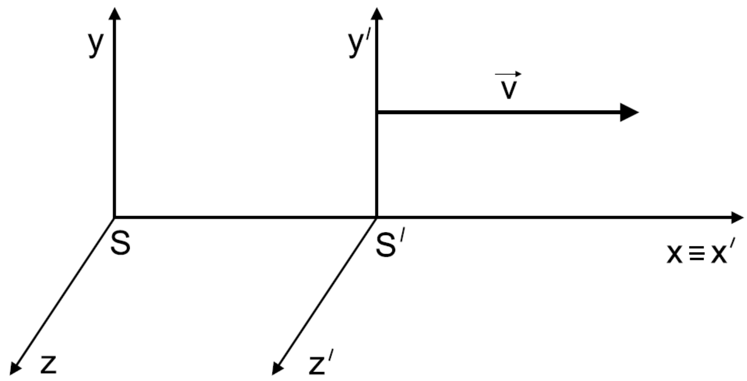
Studijní cíle
Po prostudování této kapitoly budete

1. Znát rozdíl mezi inerciální a neinerciální vztažnou soustavou
2. Znát Einsteinovy postuláty a Lorentzovy transformace souřadnic
3. Chápat relativistické skládání rychlostí
4. Znát závislost hmotnosti na rychlosti
5. Rozumět dilataci času a kontrakci délek

6.1 Lorentzovy transformace

Einsteinova speciální teorie relativity se zabývá tím, jak pozorujeme události, zvláště jak jsou objekty a události pozorovány z různých vztažných soustav. Budeme se zabývat takzvanými inerciálními vztažnými soustavami, tedy takovými vztažnými soustavami, ve kterých platí Newtonův zákon setrvačnosti. Vztažná soustava, která se pohybuje s konstantní rychlostí vzhledem k jiné inerciální vztažné soustavě, je sama o sobě také inerciální vztažnou soustavou.

Předpokládejme dvě vztažné soustavy S a S‘. Osy x a x´ se vzájemně překrývají, a předpokládáme, že soustava S‘ se pohybuje ve směru osy x rychlostí v vzhledem k soustavě S. Jestliže na počátku pohybu soustavy S a S‘ splývají a čas považujeme za absolutní veličinu v duchu klasické Newtonovské fyziky, platí Galileiho transformace souřadnic:



$$\boxed{\begin{array}{ll} x' = x - vt & x = x' + vt \\ y' = y & y = y' \\ z' = z & z = z' \\ t' = t & t = t'. \end{array}}$$

Transformace rychlostí dostaneme derivací Galileiho transformací souřadnic:

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{d(x - vt)}{dt} = \frac{dx}{dt} - v = v_x - v$$

$$v'_y = \frac{dy'}{dt'} = \frac{dy}{dt} = v_y$$

$$v'_z = \frac{dz'}{dt'} = \frac{dz}{dt} = v_z$$

Newtonova fyzika obsahuje některé samozřejmé předpoklady, které vyplývají z naší každodenní zkušenosti. Předpokládáme, že délky jsou stejné v jedné vztažné soustavě jako v jiné a čas běží stejnou rychlostí v různých vztažných soustavách. V klasické mechanice prostor a čas považujeme za absolutní, nemění se při přechodu od jedné vztažné soustavy k druhé. Zákony mechaniky jsou stejné ve všech inerciálních vztažných soustavách: žádná inerciální vztažná soustava není zvláštní v žádném smyslu.

Koncem devatenáctého století ale Michelson-Morleyův experiment (i jeho opakování) ukázal, že rychlost světla je stejná ve všech směrech, nezávisle na pohybu Země.

Albert Einstein tento jev vysvětlil ve své speciální teorii relativity. Navrhl úplně opustit myšlenku absolutní vztažné soustavy. Jeho návrh lze shrnout do dvou postulátů:

(1) Všechny fyzikální zákony mají stejný tvar (lze je vyjádřit stejnými rovnicemi) ve všech inerciálních soustavách.

(2) Rychlost světla ve vakuu má tutéž hodnotu ve všech inerciálních soustavách.

Můžeme říci, že druhý princip speciální teorie relativity je v rozporu s Galileiho transformací rychlosti. Tato transformace je správná pouze tehdy, jsou-li vzájemné rychlosti pohybu mnohem menší než c.

Mají-li být splněny postuláty speciální teorie relativity, potřebujeme zcela jinou transformaci. Je jí tzv. Lorentzova transformace, která byla odvozena v roce 1904 z teorie elektromagnetického pole:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$y' = y \qquad y = y'$$

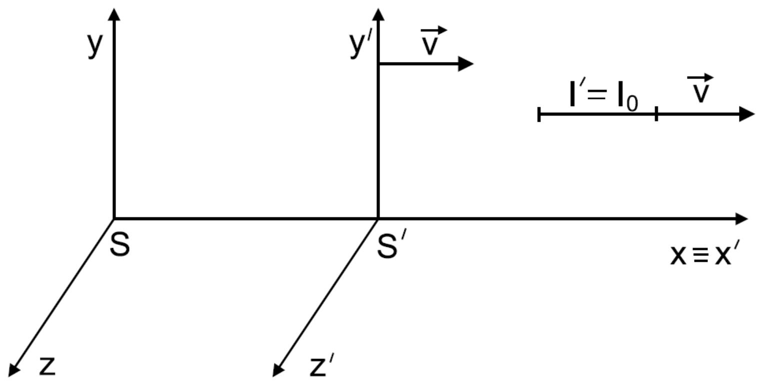
$$z' = z \qquad z = z'$$

$$t' = \frac{t - \frac{xv}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad t = \frac{t' + \frac{x'v}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Je zřejmé, že pro $v << c$ přechází Lorentzova transformace v trasformaci Galileovu. Dále vidíme důležitý důsledek speciální teorie relativity - čas již nelze považovat za absolutní veličinu, nezávislou na vztažné soustavě. Na základě Lorentzových transformací Einstein dále odvodil řadu zásadních poznatků o relativnosti délky, času, současnosti, dále velmi důležité vztahy mezi hmotností a energií a závislost hmotnosti na rychlosti.

6.2 Kontrakce délek

Představme si dvě různé vztažné soustavy S a S´, soustava S´ se pohybuje vzhledem k soustavě S rychlostí v podél osy x.



Nechť se tyč o délce $l_0 = x_2' - x_1'$ se pohybuje se soustavou S' stejnou rychlostí v, je tedy vůči ní v klidu. Délka tyče měřená ve vztažné soustavě S' je l_0:

$$l_0 = x_2' - x_1'$$

Délka tyče měřená ve vztažné soustavě S je l:

$$l = x_2 - x_1$$

Užitím Lorentzovy transformace určíme délku l, jak se jeví pozorovateli v soustavě S, vůči němuž se pohybuje rychlostí v:

$$l_0 = x_2' - x_1' = \frac{x_2 - vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{l}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

a tedy

$$\boxed{l = l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}.}$$

Délku l_0 nazýváme klidovou délkou. Je to délka kterou naměří pozorovatel který je v klidu vůči měřenému objektu. Protože je $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} < 1$, je také vždy $l < l_0$. Délka objektu pohybujícího se vůči pozorovateli rychlostí v se tedy tomuto pozorovateli jeví menší, než kdyby objekt byl vůči němu v klidu. Hovoříme o **kontrakci (zkrácení) délek**.

6.3 Dilatace času

Teorie relativity také předpovídá, že čas běží různými rychlostmi v různých vztažných soustavách. Předpokládejme, že máme inerciální vztažnou soustavu S´ pohybující se rychlostí v. Časový interval Δt' je čas mezi dvěma událostmi, ke kterým dochází na nějakém místě ve vztažné soustavě S´ je

$$\Delta t' = t_2' - t_1'.$$

Časový interval Δt je čas mezi stejnými událostmi naměřenými ve vztažné soustavě S

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{t_2' + \frac{x'v}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - \frac{t_1' + \frac{x'v}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{t_2' - t_1'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

tedy

$$\boxed{\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}}$$

To znamená, že pozorovatel v klidové vztažné soustavě S naměří větší časový interval mezi dvěma událostmi, které se stanou na stejném místě, než pozorovatel v pohybující se vztažné soustavě S´.

6.4 Relativistické skládání rychlostí

Předpokládejme nyní, že máme dvě různé vztažné soustavy S a S´, soustava S´ se pohybuje vzhledem k soustavě S podél osy x rychlostí v srovnatelnou s rychlostí světla.

Nechť se těleso pohybuje vzhledem k soustavě S´ rychlostí v´. Rychlost měřená v soustavě S má složky

$$v_x = \frac{dx}{dt} \qquad v_y = \frac{dy}{dt} \qquad v_z = \frac{dz}{dt}$$

V soustavě S´ má vektor rychlosti složky:

$$v_x' = \frac{dx'}{dt'} \qquad v_y' = \frac{dy'}{dt'} \qquad v_z' = \frac{dz'}{dt'}$$

Diferencováním Lorentzových transformačních rovnic dostaneme (v je konstanta):

$$dx' = \frac{dx - vdt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad dy' = dy \qquad dz' = dz \qquad dt' = \frac{dt - \frac{v}{c^2}dx}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

po dosazení diferenciálů do rovnic pro složky rychlosti dostaneme:

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx - vdt}{dt - \frac{v}{c^2}dx} = \frac{\frac{dx}{dt} - v}{1 - \frac{v}{c^2}\frac{dx}{dt}} = \frac{v_x - v}{1 - \frac{v}{c^2}v_x}$$

$$v'_y = \frac{dy'}{dt'} = \frac{v_y\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c^2}v_x} \qquad v'_z = \frac{dz'}{dt'} = \frac{v_z\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c^2}v_x}$$

Tyto rovnice představují relativistickou transformaci rychlostí, která je v souladu s oběma principy speciální teorie relativity.

7 Maxwellovy rovnice

Skotský fyzik James Clark Maxwell ukázal, že všechny elektrické a magnetické jevy mohou být popsány s použitím pouze čtyř rovnic svazujících elektrické a magnetické pole. Jsou to tyto čtyři rovnice:

Amperův zákon

$$\boxed{\oint_l \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 I}$$

Faradayův zákon elektromagnetické indukce

$$\boxed{U_i = -\frac{d\phi}{dt}}$$

$$\oint_L \vec{E}d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t}\iint_S \vec{B}d\vec{S} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}d\vec{S}$$

Gaussova zákon

$$\oiint_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon}\sum_{i=1}^{n} Q_i$$

Gaussův zákon pro magnetické pole, který matematicky vyjadřuje fakt, že magnetické indukční čáry jsou spojité – nikde nezačínají ani nekončí

$$\boxed{\iint_S \vec{B}d\vec{S} = 0.}$$

K této soustavě rovnic často přidáváme Ohmův zákon v diferenciální formě, rovnice popisující vlastnosti prostředí a elektrickou a magnetickou sílu.

$$\vec{j} = \gamma\vec{E}$$

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu\vec{H}$$

$$\vec{F} = Q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$$

Můžeme také použít Gaussovu větu a Stokesovu větu k transformaci Maxwelových rovnic z integrální do diferenciální formy.

Gaussova věta: $\oint_S \vec{a}\, d\vec{S} = \int_V div\, \vec{a}\, dV$

Stokesova věta: $\oint_S \vec{a}\, d\vec{l} = \int_V rot\, \vec{a}\, d\vec{S}$

kde

$$div\ \vec{a} = \vec{\nabla}.\vec{a} = \frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial a_z}{\partial z}$$

a $$rot\ \vec{a} = \nabla \times \vec{a} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ a_x & a_y & a_z \end{vmatrix}$$

operátor $\vec{\nabla}$ je operátor definovaný v kartezských souřadnicích takto:

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$$

Maxwellovy rovnice v differenciální formě

Aplikujme Stokesovu větu na Amperův zákon

$$\iint_S rot\ \vec{B} d\vec{S} = \iint_S \mu\vec{j} d\vec{S}$$

kde proud I je vyjádřen pomocí proudové hustoty j. Integrované výrazy na každé straně musí být stejné, musí platit

$$\boxed{rot\ \vec{B} = \mu\vec{j}}\ \ nebo\ \ \boxed{rot\ \vec{H} = \vec{j}.}$$

Maxwell modifikoval Amperův zákon přidáním druhého členu na pravou stranu, takzvaného posuvného proudu, který je způsoben polarizací dielektrika a vznikem vázaných nábojů na povrchu tělesa

$$\frac{\partial}{\partial t}\oiint_S \vec{D} d\vec{S} = \oiint_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S} = \frac{\partial Q_V}{\partial t} = I_p$$

$$I_p = \oiint_S \vec{J_p} d\vec{S}, \quad \oiint_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S} = \oiint_S \vec{J_p} d\vec{S}.$$

Zde je I_p takzvaný posuvný proud a j_p je proudová hustota posuvného proudu. Celkový proud je pak součtem vodivostního a posuvného proudu. Modifikovaný Amperův zákon pak můžeme napsat takto

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I + I_p = \iint_S (\vec{J} + \vec{J_p}) d\vec{S}.$$

Nebo v diferenciální formě

$$\boxed{rot\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}}.$$

Aplikujeme-li Stokesovu větu na Faradayův zákon

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \vec{B} d\vec{S} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$$

dostaneme

$$\iint_S rot\ \vec{E} d\vec{S} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}.$$

Rovnost těchto integrálu je možná pouze v případě že platí

$$\boxed{rot\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}.$$

Nyní použijme Gaussovu větu na Gaussův zákon elektrostatiky

$$\oiint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon} \sum_{i=1}^{n} Q_i.$$

Celkový náboj $\sum_{i=1}^{n} Q_i$ můžeme napsat jako objemový integrál z hustoty náboje ρ,

$$\sum_{i=1}^{n} Q_i = \iiint_V \varrho\ dV.$$

Pak

$$\iiint_V div\vec{E}\, dV = \iiint_V \frac{1}{\epsilon}\varrho\, dV.$$

Obě strany rovnice jsou objemové integrály přes stejný objem a musí proto platit rovnost

$$\boxed{div\ \vec{E} = \frac{1}{\epsilon}\varrho} \text{ nebo } \boxed{div\ \vec{D} = \varrho.}$$

Čtvrtou rovnici $\iint_S \vec{B}d\vec{S} = 0$ můžeme upravit stejným způsobem. Dostaneme

$$\iint_S \vec{B}d\vec{S} = \iiint_V div\vec{B}\, dV,$$

a musí platit

$$\boxed{div\vec{B} = 0.}$$

Maxwellovy rovnice můžeme shrnout do následujícího přehledu:

Maxwellovy rovnice v integrální formě	Maxwellovy rovnice v diferenciální formě
$\oint_L \vec{H}d\vec{l} = \iint_S \left(\vec{j} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\right)d\vec{S}$	$rot\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$
$\iint_S \vec{B}d\vec{S} = 0$	$div\vec{B} = 0$
$\oint_L \vec{E}d\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}d\vec{S}$	$rot\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$
$\oiint_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon}\iiint_V \varrho\, dV$	$div\ \vec{D} = \varrho$

8 Atomové jádro

Studijní cíle
Po prostudování této kapitoly budete schopni

1. Definovat hmotnostní číslo a atomové číslo, rozumět základním vlastnostem elementárních částic.

2. Definovat izotopy a znát jejich vlastnosti a vzájemné rozdíly. Rozumět podstatě základních metod separace izotopů.

3. Spočítat hmotnostní schodek a vazebnou energii v přepočtu na nukleon pro

konkrétní izotop.

4. Chápat radioaktivní rozpad a jaderné reakce; popsat alfa částice, beta částice, gama záření a znát jejich vlastnosti.

5. Spočítat aktivitu a množství radioaktivního izotopu, zůstavajícího po určitém čase v preparátu, je-li znám poločas rozpadu a počáteční množství radioizotopu nebo jeho počáteční aktivita.

6. Znát zákony zachování a dokázat je aplikovat na jaderné reakce.

8.1 Stavba atomového jádra a vazebná energie

Atomové jádro tvoří malou, relativně velmi hustou centrální část atomu. Jádro se skládá z neutronů a protonů, poutaných navzájem jadernými silami v určitých stabilních kombinacích. Jaderné síly působí pouze v bezprostřední blízkosti každého nukleonu tak, že dokážou překonat odpudivé elektrické síly mezi kladně nabitými protony a drží protony a neutrony v atomovém jádře pohromadě. Jaderné síly mají velice krátký dosah a klesají v podstatě k nule na hranicích nukleonu. Kladně nabité jádro drží záporně nabité elektrony na jejich orbitách v okolí jádra. Protony určují celý náboj jádra a tedy chemickou identitu celého atomu. Neutrony jsou elektricky neutrální, ale přispívají k celkové hmotnosti jádra. Různý počet netronů v jádře vysvětluje existenci izotopů, tedy atomů se stejným atomovým číslem (tedy atomů stejného prvku) a s různou atomovou hmotností.
Stabilní jádra má přibližně konstantní hustotu, a proto můžeme poloměr jadra R přiblížně vyjádřit následujícím vztahem,

$$R = R_0 A^{\frac{1}{3}}$$

kde A je atomové hmotnostní číslo (počet protonů Z, plus počet neutronů N) a $R_0 = 1{,}3.10^{-15}\,\text{m}$.

Vazebná energie jádra je minimální energie potřebná k rozdělení jádra a atomu na elementární částice. Tyto elementární částice jsou protony a neutrony a často pro ně používáme termín nukleony. Vazebná energie je kladná, protože k uvolnění nukleonů z jádra potřebujeme energii, abychom překonali přitažlivé jaderné síly mezi jednotlivými nukleony. Proto je hmotnost atomového jádra menší než součet klidových hmotností volných (tedy v jádře nevázaných) protonů a neutronů. Tato “chybějící hmotnost” se nazývá hmotnostní schodek,

$$\left[Zm_p + (A-Z)m_n\right] - m_j = B$$

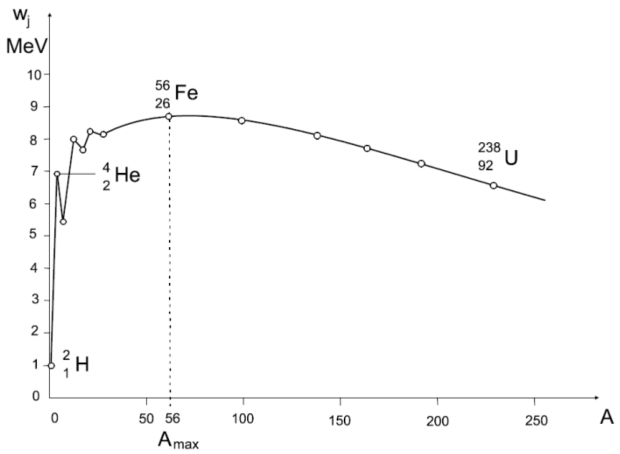
a odpovídá energii, která by se uvolnila při vytváření jádra z volných nukleonů

$\boxed{W_j = Bc^2.}$

Průměrná vazebná energie v přepočtu na nukleon

$$w_j = \frac{W_j}{A}$$

je největší pro nejstabilnější atomy jako je železo. Vazebná energie v přepočtu na nukleon je tedy zároveň mírou stability jádra.



8.2 Přirozená radioaktivita

Radioaktivita neboli radioaktivní přeměna, je proces, při kterém nestabilní jádro emituje některý druh radioaktivního záření a přemění se na stabilnější jádro nebo se dostane do stabilnějšího energetického stavu. Isotopy s nestabilními jádry se nazývají radioizotopy.

Přirozený radioaktivní rozpad má tři významné vlastnosti:
1. Mění chemickou podstatu látky (s výjimkou záření γ).
2. Je to vnitřní proces nezávislý na vnějších podmínkách (tlaku, teplotě, přítomnosti elektrického a magnetického pole).
3. Je doprovázen emisí jednoho ze čtyř druhů záření α, β^+, β^-, γ.

Částice α je složena ze 2 protonů a 2 neutronů, je to jádro izotopu helia ^4_2He. Částice α má kladný náboj a je rychle absorbována jakýmkoli materiálem – i list papíru dokáže pohltit α záření, ve vzduchu je dolet α částic také velmi malý.

$${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}\alpha$$

$${}^{238}_{92}U \rightarrow {}^{234}_{90}Th + {}^{4}_{2}\alpha$$

Částice β je elektron (nebo positron v případě β^+) emitovaný z jádra atomu. β částice mají záporný (kladný v případě β^+) náboj a jsou pronikavější než α částice.

$$^{A}_{Z}X \rightarrow ^{A}_{Z+1}Y + ^{0}_{-1}e + \widetilde{\nu}$$

Elektron se uvolní rozpadem neutronu podle schématu

$$n \rightarrow p + \beta^{-} + \widetilde{\nu}.$$

β^{+} rozpad

$$^{A}_{Z}X \rightarrow ^{A}_{Z-1}Y + ^{0}_{+1}e + \nu$$

Pozitron se uvolní rozpadem protonu podle schématu

$$p \rightarrow n + \beta^{+} + \nu$$

kde n je neutron, p je proton, β^{-} je elektron,ν je neutrino a $\widetilde{\nu}$ je antineutrino.

Při procesu beta rozpadu se neutron přemění na proton a z jádra atomu je emitován elektron, nebo se přemění proton na neutron a je emitován positron, což v obou případech mění původní jádro na jádro jiného atomu. Ani beta-částice ani k ní přidružené neutrino neexistují v jádře před rozpadem beta, ale vznikají při procesu radioaktivní přeměny. Těmito přeměnami nestabilní atomy dosahují stabilnějšího poměru počtu protonů a neutronů. Příkladem může být přeměna

$$^{30}_{15}P \rightarrow ^{30}_{14}Si + ^{0}_{+1}e + \nu.$$

Záření γ jsou elektromagnetické vlny o extrémně vysoké frekvenci a extrémně krátké vlnové délce. Záření γ nenese elektrický náboj a ze všech druhů radioaktivního záření je nejpronikavější. Příkladem mohou být přeměny

$$^{A}_{Z}X^{*} \rightarrow ^{A}_{Z}X + ^{0}_{0}\gamma$$

$$^{87}_{38}Sr^{*} \rightarrow ^{87}_{38}Sr + ^{0}_{0}\gamma$$

kde hvězdička znamená jádro v energeticky excitovaném stavu.

8.3 Zákony radioaktivní přeměny

Uvažujme nyní radionuklid *A,* který se přeměňuje na jiný radionuklid *B* nějakým procesem $A \rightarrow B$. Přeměna nestabilního jádra je náhodný statistický proces a je nemožné určit, kdy se konkrétní jádro přemění. Lze však určit pravděpodobnost, s jakou se za určitý čas přemění. Pokud máme vzorek určitého radioizotopu, pak počet radioaktivních přeměn −dn které nastanou v malém intervalu času d*t* je úměrný počtu atomu radioizotopu v preparátu, tedy bude platit

$$dn = -\lambda\, n\, dt.$$

Každý radionuklid se přeměňuje určitou rychlostí, každý má svou vlastní přeměnovou konstantu λ. Přeměnová konstanta udává pravděpodobnost přeměny jednoho atomu radionuklidu za jednotku času. Očekávaný počet přeměn −dn/n je úměrný elementu času, dt:

$$\frac{-dn}{n} = \lambda\ dt$$

Záporné znaménko je důsledkem toho, že počet částic radionuklidu v preparátu klesá s časem, jak se částice radionuklidu postupně přeměňují. Řešení této diferenciální rovnice prvního řádu je následující:

$$\int_{n_0}^{n} \frac{dn}{n} = -\lambda \int_{0}^{t} dt$$

$$\ln \frac{n}{n_0} = -\lambda\, t$$

$$\boxed{n = n_0 e^{-\lambda t}}$$

Poslední vztah je nazýván zákonem radioaktivní přeměny. Další důležitou veličinou popisující radioaktivní přeměnu je poločas přeměny T, definovaný jako čas, za který se přemění polovina původního počtu radioaktivních jader. Pro čas t=T dostaneme:

$$n = \frac{n_0}{2} = n_0 e^{-\lambda T}$$

$$\ln \frac{1}{2} = -\lambda T$$

$$\boxed{T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0{,}693}{\lambda}}$$

Další veličinou související s radioaktivitou je aktivita radioaktivního preparátu. Aktivita je definována jako počet radioaktivních přeměn které nastanou v daném preparátu za jednotku času. Jednotkou aktivity je v soustavě SI becquerel, odpovídající jedné přeměně za sekundu, fyzikální rozměr je tedy s^{-1}. Aktivita jednoho becquerelu tedy znamená, že v radioaktivním preparátu dochází ve statistickém průměru k jedné přeměně za sekundu. Tedy

$$\boxed{A = \left|\frac{dn}{dt}\right|}$$

$$\boxed{A = \lambda\, n}$$

a pro aktivitu platí také zákon radioaktivní přeměny

$A_t = \lambda n = \lambda n_0 e^{-\lambda t}$,
takže pro závislost aktivity preparátu na čase platí

$$\boxed{A_t = A_0\, e^{-\lambda t}.}$$

8.4 Zákony zachování při jaderných reakcích

První umělou transmutaci realizoval Rutherford v roce 1919 při ostřelování atomů dusíku α – částicemi a získal stabilní kyslík. Tuto klasickou umělou transmutaci si můžeme zapsat ve tvaru

$$^{14}_{7}N + {}^{4}_{2}\alpha \rightarrow {}^{17}_{8}O + {}^{1}_{1}H.$$

Při všech jaderných reakcích musí být splněny zákony zachování následujících fyzikálních veličin:

1) počet nukleonů,
2) celkový elektrický náboj,
3) celková relativistická energie,
4) hybnost,
5) moment hybnosti,
6) parita.

Jiné příklady umělých přeměn jader jsou zde:

$^{9}_{4}Be + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{12}_{6}C + {}^{1}_{0}n$ (Chadwick, 1932)

$$^{27}_{13}Al + {}^{4}_{2}\alpha \rightarrow {}^{30}_{15}P + {}^{1}_{0}n$$

$$^{30}_{15}P \rightarrow {}^{30}_{14}Si + {}^{0}_{+1}e + \nu$$

Příkladem důležité umělé jaderné přeměny je bombardování jádra uranu 238 neutrony:

$$^{238}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{239}_{92}U$$

Toto nové jádro se po dvou beta přeměnách přemění na plutonium 239:

$$^{239}_{92}U \rightarrow {}^{239}_{93}Np + {}^{0}_{-1}e$$

$$^{239}_{93}Np \rightarrow {}^{239}_{94}Pu + {}^{0}_{-1}e$$