



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

ZPRACOVÁNÍ EDUKAČNÍ AKTIVITY 11

Název aktivity: **Slovní úlohy 1**

Obsah aktivity: Řešení slovních úloh využitím dramatizace, modelování, manipulace.

Cíl aktivity: Vybudování dovednosti řešit slovní úlohy správným uchopením známých údajů (za pomoci dramatizace, manipulace, náčrtků, obrázků, grafů, tabulky, apod.).

Doba trvání aktivity: 2-3 vyučovací hodiny (nebo zařazení postupně do více hodin, aby hodiny nebyly jednotvárné a žáci měli motivaci).

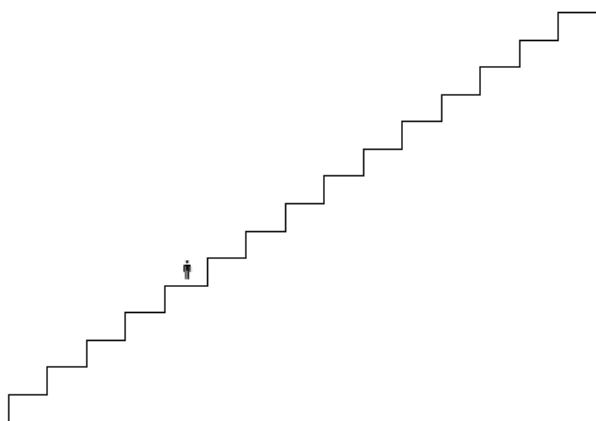
Věková kategorie nebo třída: 2.

Potřebné pomůcky: 2 figurky (člověče nezlob se nebo podobné), pastelky, psací pomůcky

Postup realizace aktivity:

Úloha 1:

Michal stojí na 5. schodě. Jana stojí na 12. schodě. Když Jana sejde o 8 schodů níže, bude o _____ schodů níže/výše než Michal.



Řešení:

Dramatizací: Pokud je to možné, žáci jdou na schody a celou situaci si odehrají. Žák (jako Michal) se postaví na pátý schod, žačka (jako Jana) se postaví na dvanáctý schod. Jana sejde o dvanáct schodů níže. Žáci zjistí, že Jana stojí o jeden schod níže než Michal.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



***Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660***

Obrázkem: Žáci využijí obrázku, na kterém již stojí Michal, mohou si jej označit jménem. Dokreslí Janu na dvanáctý schod. Pak přesunou Janu o osm schodů níže. Jana stojí o jeden schod níže než Michal.

Manipulativně: Žáci si vezmou dvě figurky. Využijí obrázku, na kterém již stojí Michal. Postaví si na něj jednu figurku. Druhou figurku (Jana) si postaví na dvanáctý schod. Figurku Janu přesunou na o osm schodů níže. Porovnají, kde stojí Jana vzhledem k Michalovi. Jana stojí o jeden schod níže než Michal.

Komentář: Učitel vede žáky k řešení slovních úloh nikoli algoritmicky, ale pomocí reálné představy tak, aby žáci měli do řešení úlohy správný vhled. Na úlohu budou navazovat další úlohy s měnícím se parametrem, které jsou přípravou na slovní úlohy o pohybu (kde nejsou známy stavy). Pokud nemá učitel k dispozici schodiště, může simulovat schodiště krokovacím pásem s čísly schodů.

Úloha 2:

Michal stojí na 5. schodě. To je o 3 schody výše než stojí Jana. Na kterém schodě stojí Jana?

Řešení:

Dramatizací: Pokud je to možné, žáci jdou na schody a celou situaci si odehrají. Žák (jako Michal) se postaví na pátý schod, žačka (jako Jana) se zkusí postavit tak, aby to odpovídalo zadání. Žáci zjistí, že Jana stojí na 2. schodu.

Obrázkem: Žáci využijí obrázku, na kterém již stojí Michal, mohou si jej označit jménem. Dále pokračují obdobně jako při dramatizaci.

Manipulativně: Žáci si vezmou dvě figurky. Využijí obrázku, na kterém již stojí Michal. Postaví si na něj jednu figurku. Druhou figurku (Jana) zkusí postavit tak, aby to odpovídalo zadání. Žáci zjistí, že Jana stojí na 2. schodu.

Komentář: Úloha je zaměřena na antisignál. „To je o 3 schody výše než stojí Jana.“ Antisignálem nazýváme takovou část zadání, která u žáků obvykle vyvolává potřebu využití opačné operace. „To je o 3 schody výše než stojí Jana.“ vyvolává u žáků potřebu přičítání, pro výpočet na kterém schodu stojí Jana je ovšem potřeba hodnotu 3 odečíst. Proto je důležité, aby učitelé žákům zařazovali takové úlohy, které je budou nutit k přemýšlení, aby žáci neřešili úlohy algoritmicky. V takovýchto případech je opět vhodná dramatizace, manipulace, obrázek, apod.



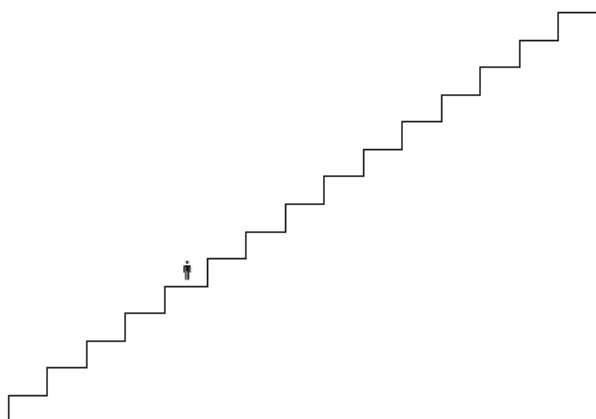
EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

Úloha 3:

Michal stojí na 5. schodě. Jana stojí o schodů níže/výše. Když Jana sejde o 2 schody níže, bude o schodů níže/výše než Michal.



Řešení:

Žákům učitel připraví tabulku, do které budou zapisovat dvojice hodnot v modrém, a žlutém poli.

 	o 4 níže	o 3 níže	o 2 níže	o 1 níže	stejně	o 1 výše	o 2 výše	o 5 výše	o 8 výše
 									

Žáci řeší úlohu pomocí některé z možností jako úlohu 1 (dramatizací, obrázkem, manipulativně) a doplňují tabulku.

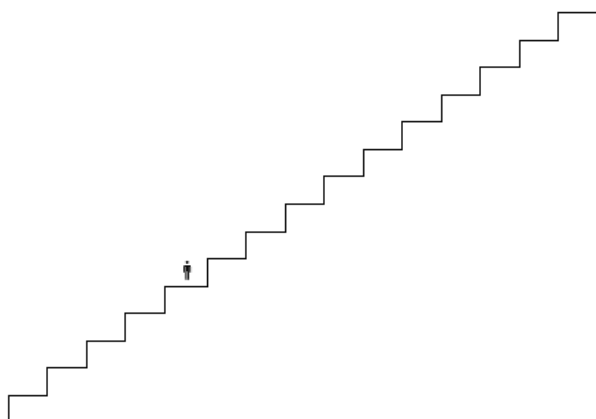
Komentář: Učitel připravuje již v této fázi žáky k řešení slovních úloh o pohybu, které přijdou až na druhém stupni. Žáci se seznamují s úlohami s parametrem a ti, kteří to ještě neobjevili, zjišťují, že pro řešení takovéto úlohy je nejvýhodnější využití tabulky. Žáci řešením takovýchto úloh objevují obecný vztah mezi parametrem a výsledkem.



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

Úloha 4:

Michal stojí na 5. schodě. Jana stojí o 6 schodů výše. Když Jana sejde o schody níže, bude o schodů níže/výše než Michal.



Řešení:

V této chvíli již žáci (alespoň někteří) tuší nebo vědí, že pro řešení je nejlepší využít tabulku. Proto učitel s žáky pomocí diskuse připraví tabulku pro řešení úlohy.

<input type="text"/>	1	2	3	4	5	8	10	11	12
<input type="text"/>									

Žáci opět mohou využít k řešení některé z možností řešení úlohy 1 (dramatizací, obrázkem, manipulativně) a doplňují tabulku.

Komentář: Učitel pokračuje v přípravě žáků na řešení slovních úloh o pohybu, které přijdou až na druhém stupni. Úloha se od předchozí liší tím, že parametrem v této úloze je změna polohy Jany. mimo předchozího jsou žáci připravováni na úlohy typu „operátor porovnání Op1“ + „operátor změny Oz“ = „operátor porovnání Op2“. Op1 je „Jana stojí o 6 schodů výše.“ Oz je „Jana sejde o schody níže.“ a Op2 je „bude o schodů níže/výše.“ Obměnou výchozí pozice Michala žáky připravujeme na skutečnost, že poloha Michala není pro řešení úlohy důležitá a na výsledek nemá vliv. Úloha, kdy žáci neznají výchozí stav, je v této etapě pro žáky náročná a proto je na tento typ připravujeme postupně.

Úloha 5:

Michal stojí na 5. schodě. To je o 4 schody níže než stojí Jana. Když Jana sejde o schody níže, bude o schodů níže/výše než Michal.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



***Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660***

Komentář: Učitel pokračuje v přípravě žáků na řešení slovních úloh o pohybu, které přijdou až na druhém stupni. Úloha se od předchozí liší tím, že do úlohy je opět zakomponován antisignál.

Teoretická východiska aktivity:

Etapizace poznávacího procesu

Hejný, 2014, Vyučování aritmetice orientované na budování schémat, Praha, PedF UK.

Hejný, Krpec, 2013, Alternativní koncepce výuky aritmetiky v primárním vzdělávání, Ostrava, PdF OU.

Učebnice:

Čížková, M., 2013. Učebnice, pracovní sešity, Matematika pro 2. ročník ZŠ. Praha, SPN.

Landová a kol., 2011. Učebnice, pracovní sešity, Matematika pro 2. ročník ZŠ. Praha, ALTER.

Eichlerová a kol., 2011. Učebnice, pracovní sešity, Matematika pro 2. ročník ZŠ. Praha, ALTER.

Hejný a kol., 2007 – 2011, Učebnice, pracovní sešity, příručky učitele, Matematika pro 1. – 5. ročník ZŠ, Plzeň, Fraus.

Zpracoval: RNDr. Radek Krpec, Ph.D.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

ZPRACOVÁNÍ EDUKAČNÍ AKTIVITY 12

Název aktivity: **Slovní úlohy 2**

Obsah aktivity: Řešení slovních úloh využitím dramatizace, modelování, manipulace.

Cíl aktivity: Vybudování dovednosti řešit slovní úlohy správným uchopením známých údajů (za pomoci dramatizace, manipulace, náčrtků, obrázků, grafů, tabulky, apod.).

Doba trvání aktivity: 2-3 vyučovací hodiny (nebo zařazení postupně do více hodin, aby hodiny nebyly jednotvárné a žáci měli motivaci).

Věková kategorie nebo třída: 3.

Potřebné pomůcky: 3 figurky pro každého žáka (člověče nezlob se nebo podobné), pastelky, psací pomůcky

Postup realizace aktivity:

Úloha 1:

Kája bydlí o tři podlaží výše než Pét'a. Kája bydlí ve 4. podlaží. Ve kterém podlaží bydlí Pét'a?

Řešení:

Obrázkem: Žáci využijí obrázku, na kterém již je Kája, mohou si jej označit jménem. Postupně dokreslují Pét'u, až bude umístění odpovídat zadání.

Manipulativně: Žáci si vezmou dvě figurky. Využijí obrázku, na kterém již je umístěn Kája. Postaví si na něj jednu figurku. Druhou figurku (Pét'a) pohybují po obrázku, až bude umístění odpovídat zadání.

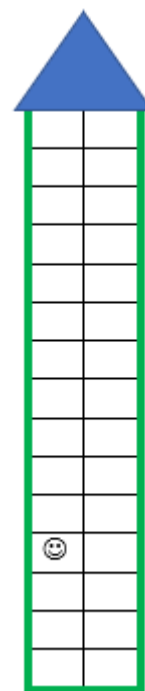
Komentář: Úloha je zaměřena na antisignál. „o tři patra výše“ vyvolává potřebu sčítání. Učitel vede žáky k řešení slovních úloh nikoli algoritmicky, ale pomocí reálné představy tak, aby žáci měli do řešení úlohy správný vhled. Úloha je náročnější tím, že nejdříve je dáno, o kolik podlaží Kája bydlí výše a teprve v další větě je uvedeno, ve kterém podlaží Kája bydlí.

Úloha 2:

Kája stojí na 5. schodě. To je o 3 schody níže než stojí Pét'a. Na kterém schodě stojí Pét'a?

Řešení:

Představou: Žáci si úlohu pouze představí a popíší své řešení slovně.





Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

Dramatizací: Jednou z možností je, že žáci jdou na schody a celou situaci si odehrají. Žáci odhalí, že Pěť'a stojí na 8. schodě.

Obrázkem: Žáci si nakreslí schodiště a postaví na něj Káju a postupně dokreslují Pěť'u a zjišťují, zda výsledný obrázek odpovídá zadání.

Manipulativně: Žáci si vezmou dvě figurky. Nakreslí schodiště, na 5. schod postaví 1. figurku (Kája) a pak umístí druhou figurku (Pěť'a), aby to odpovídalo zadání.

Komentář: Úloha je opět zaměřena na antisignál. Žáci již řeší úlohu zpravidla představou. Úloha má pro učitele diagnostický význam. Učitel může u žáků zjistit, zda kontextu úlohy rozumí, nebo zda úlohu řeší pouze algoritmičticky dle zažitých postupů, tedy vidí slůvko „níže“ a tedy automaticky odečte. Pak přichází vhod některé z názorných řešení.

Úloha 3:

Kája bydlí ve podlaží. Pěť'a bydlí o 3 podlaží výše než Kája. Pěť'a bydlí ve podlaží.

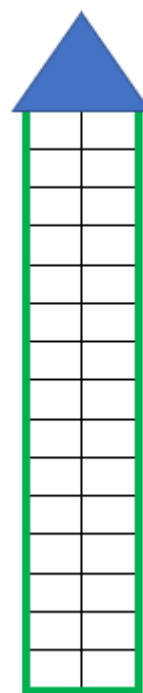
Řešení:

Žákům učitel připraví tabulku, do které budou zapisovat dvojice hodnot v modrém, a žlutém poli.

 	1	2	3	4	5	8	10	15	30
 									

Žáci řeší úlohu z paměti nebo pomocí některé z předchozích metod (obrázkem, manipulativně) a doplňují tabulku.

Komentář: Jedná se o úlohu s měnícím se parametrem. Učitel nemusí tabulku předem žákům připravovat, může se s žáky domluvit na způsobu záznamu. Na úlohu budou navazovat další úlohy s měnícím se parametrem, které jsou přípravou na slovní úlohy o pohybu (kde nejsou známy stavy).





Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

Úloha 4:

Kája bydlí ve podlaží. Pét'a bydlí o 3 podlaží výše než Kája, bydlí tedy ve podlaží. Míša bydlí o 2 podlaží výše než Pét'a, bydlí tedy ve podlaží.

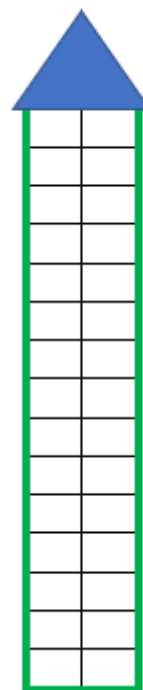
Řešení:

Učitel připraví pro žáky tabulku.

 	1	2	3	4	5	8	10	15	30
 									
 									

Žáci řeší úlohu z paměti nebo pomocí některé z předchozích metod (obrázkem, manipulativně) a doplňují tabulku.

Komentář: Jedná se o další úlohu s měnícím se parametrem. Učitel opět nemusí tabulku předem žákům připravovat, může se s žáky domluvit na způsobu záznamu.



Úloha 5:

Kája bydlí ve podlaží. Pét'a bydlí o 3 podlaží výše než Kája, bydlí tedy ve podlaží. Míša bydlí o 2 podlaží výše než Pét'a, bydlí tedy ve podlaží. Míša bydlí o podlaží výše než Kája.

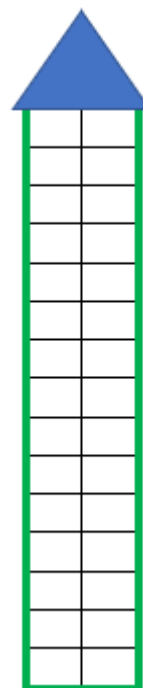
Řešení:

Učitel připraví pro žáky tabulku.

 	1	2	3	4	5	8	10	15	30
 									
 									
 									

Žáci řeší úlohu z paměti nebo pomocí některé z předchozích metod (obrázkem, manipulativně) a doplňují tabulku.

Komentář: Jedná se o další úlohu s měnícím se parametrem. Učitel opět nemusí tabulku předem žákům připravovat, může se s žáky domluvit na způsobu záznamu. Překvapivé je, že hodnota růžového pole se nemění.





Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

Úloha 6:

Kája bydlí ve 2. podlaží. Pěť'a bydlí o 3 podlaží výše než Kája. Míša bydlí o podlaží výše než Pěť'a. Míša bydlí o podlaží výše než Kája.

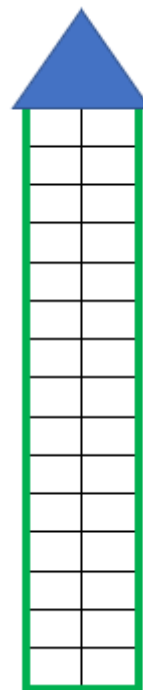
Řešení:

Učitel připraví pro žáky tabulku.

Žáci řeší úlohu z paměti nebo pomocí některé z předchozích metod (obrázkem, manipulativně) a doplňují tabulku.

Komentář: Jedná se o další úlohu s měnícím se parametrem. Žáci pomalu odhalují, že hodnota růžového pole nezávisí na tom, ve kterém podlaží Kája bydlí.



Úloha 7:

Kája bydlí ve 2. podlaží. Pěť'a bydlí o podlaží výše než Kája. Míša bydlí o podlaží výše než Pěť'a. Míša bydlí o podlaží výše než Kája.

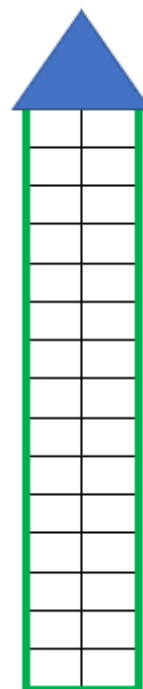
Řešení:

Učitel připraví pro žáky tabulku, např.:

 	1	5	3	2	4	6	4	5	2
 	4	2	6	2	1	3	5	1	6
 									

Žáci řeší úlohu z paměti nebo pomocí některé z předchozích metod (obrázkem, manipulativně) a doplňují tabulku.

Komentář: Jedná se o další úlohu s měnícími se parametry. Žáci pomalu odhalují, že hodnota růžového pole nezávisí na tom, ve kterém podlaží Kája bydlí, ale je součtem hodnot žlutého a zeleného pole.





Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

Úloha 8:

Pěť'a bydlí o podlaží výše než Kája. Míša bydlí o podlaží výše než Pěť'a. Míša bydlí o podlaží výše než Kája.

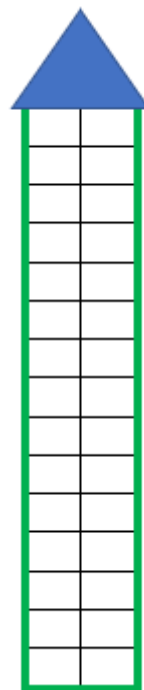
Řešení:

Učitel připraví pro žáky tabulku, např.:

 	1	5	3	2	4	6	4	5	2
 	4	2	6	2	1	3	5	1	6
 									

Žáci řeší úlohu z paměti nebo pomocí některé z předchozích metod (obrázkem, manipulativně) a doplňují tabulku. Žákům, kterým chybí počáteční stav, ve kterém podlaží Kája bydlí, učitel nabídne, aby si zkusili vzít libovolný stav.

Komentář: V tomto případě již žáci nemají údaj, ve kterém podlaží Kája bydlí dán. Zjišťují, že hodnota růžového pole nezávisí na tom, ve kterém podlaží Kája bydlí, ale je součtem hodnot žlutého a zeleného pole. Žáci, kteří si volili počáteční stav zjišťují, že všem vyšla tabulka stejně.



Úloha 9:

Johana je o 3 cm vyšší než Zdeňka. Zdeňka je o 5 cm vyšší než Romana. O kolik cm je Johana vyšší než Romana?

Řešení:

Žáci řeší buď z paměti nebo představou. Pokud mají žáci s řešením problém, pomůže obrázek nebo náčrt.

Komentář: Úloha navazuje na předchozí typy úloh, kdy neznáme výšku ani jedné z dívek, ale pouze vztahy mezi dvěma dvojicemi a dopočítáváme zbývající třetí vztah. Úlohy lze různě obměňovat.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



***Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660***

Teoretická východiska aktivity:

Etapizace poznávacího procesu

Hejný, 2014, Vyučování aritmetice orientované na budování schémat, Praha, PedF UK.

Hejný, Krpec, 2013, Alternativní koncepce výuky aritmetiky v primárním vzdělávání, Ostrava, PdF OU.

Učebnice:

Čížková, M., 2013. Učebnice, pracovní sešity, Matematika pro 3. ročník ZŠ. Praha, SPN.

Blažková a kol., 2018. Učebnice, pracovní sešity, Matematika pro 3. ročník ZŠ. Praha, ALTER.

Hejný a kol., 2007 – 2011, Učebnice, pracovní sešity, příručky učitele, Matematika pro 1. – 5. ročník ZŠ, Plzeň, Fraus.

Zpracoval: RNDr. Radek Krpec, Ph.D.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

ZPRACOVÁNÍ EDUKAČNÍ AKTIVITY 13

Název aktivity: **Slovní úlohy 3**

Obsah aktivity: Řešení slovních úloh využitím dramatizace, modelování, manipulace.

Cíl aktivity: Vybudování dovednosti řešit slovní úlohy správným uchopením známých údajů (za pomoci dramatizace, manipulace, náčrtků, obrázků, grafů, tabulky, apod.).

Doba trvání aktivity: 2-3 vyučovací hodiny (nebo zařazení postupně do více hodin, aby hodiny nebyly jednotvárné a žáci měli motivaci).

Věková kategorie nebo třída: 4.

Potřebné pomůcky: 3 figurky pro každého žáka (člověče nezlob se), pastelky, psací pomůcky


Postup realizace aktivity:

Úloha 1:



Petr má o 260,- Kč více než Michal. Jana má o 326,- Kč více než Petr. Kdo má více peněz, Jana nebo Michal? A o kolik?

Řešení:

Žáci řeší písemně, z paměti nebo představou.

Michal má .

Petr má  + 260,-.

Jana má  + 260,- + 326,-, tedy má  + 586,- Kč.

Jana má více peněz než Michal o 586,- Kč.

Komentář: Úloha je náročná tím, že žáci neznají počáteční stav. Ve 4. třídě již by měli být žáci schopni tyto úlohy řešit. Pokud mají žáci s řešením problém, pomůže dramatizace nebo modelování.

Úloha 2:

V obchodě mají 20 koloběžek a 14 trojkolek. Kolik kol mají dohromady koloběžky a trojkolky?



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



***Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660***

Řešení:

Žáci řeší písemně, z paměti nebo představou.

Koloběžky: 20 ks po 2 kola, tj. $20 \cdot 2 = 40$ kol.

Trojkolky: 14 ks po 3 kolech, tj. $14 \cdot 3 = 42$ kol.

Dohromady: $40 + 42 = 82$ kol.

Koloběžky a hračky mají dohromady 82 kol.

Komentář: Úloha je úvodem pro navazující úlohy směřující k úlohám na neurčité rovnice.

Úloha 3:

V obchodě mají 20 koloběžek a několik trojkolek. Dohromady mají koloběžky a trojkolky 121 kol. Kolik mají v obchodě trojkolek?

Řešení:

Žáci řeší písemně, z paměti nebo představou.

Koloběžky: 20 ks po 2 kola, tj. $20 \cdot 2 = 40$ kol.

Trojkolky: mají $121 - 40 = 81$ kol.

Trojkolky: $81 : 3 = 27$.

V obchodě mají 27 trojkolek.

Komentář: Úloha navazuje na předchozí úlohu.

Úloha 4:

Kolik mají v obchodě koloběžek a trojkolek, když víme, že všech je dohromady 45 a mají celkem a) 105 kol, b) 102 kol?

Řešení:

Žáci řeší metodou pokus-omyl, zkušenější žáci metodou řízený pokus-omyl.

a) 30 koloběžek a 15 trojkolek,

b) 33 koloběžek a 12 trojkolek.

Komentář: Úloha navazuje na předchozí úlohy. Přípravuje na slovní úlohy vedoucí k neurčitým rovnicím.

Úloha 5:

Kolik mají v obchodě koloběžek a trojkolek, když víme, že mají celkem 45 kol?

Řešení:

Žáci řeší metodou pokus-omyl, zkušenější žáci metodou řízený pokus-omyl.



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

Učitel po uvedení několika výsledků připraví tabulku, do které výsledky žáci zapíší.

koloběžky									
trojkolky									

Následně výsledky v tabulce seřadí podle některého z řádků.

koloběžky	0	3	6	9	12	15	18	21	
trojkolky	15	13	11	9	7	5	3	1	

Komentář: Úloha navazuje na předchozí úlohy. Přípravuje žáky na systematické řešení slovních úloh vedoucích k neurčitým rovnicím.

Úloha 6:

Prodávačka v květinářství váže dva typy kytic, po 3 a po 5 růžích. Má k dispozici celkem 48 růží. Kolik může navázat kytic, aby žádná růže nezbyla? Najděte všechny možnosti.

Řešení:

Žáci řeší metodou pokus-omyl, zkušenější žáci metodou řízený pokus-omyl.

Učitel připraví tabulku, do které výsledky žáci zapíší.

kytice-3 růže	1	6	11	16					
kytice-5 růží	9	6	3	0					
celkem kytic	10	12	14	16					

Komentář: Úloha navazuje na předchozí úlohy. Gradace úlohy je v dopočítání celkového počtu kytic. Důležité je, aby učitel nepřipravoval tabulku s tolika okny, jako je počet řešení, aby žáci dopředu nevěděli, kolik řešení mají hledat.

Úloha 7:

Prodávačka v květinářství váže dva typy kytic, po 5 a po 7 růžích. Má k dispozici celkem 105 růží. Kolik kterých kytic navázala, jestliže víme, že kytic po 5 růžích je o 9 více než kytic po 7 růžích?

Řešení:

a) Žáci řeší metodou řízený pokus-omyl. Začnou např. od 9 a 0, pak 10 a 1, popřípadě 11 a 2 a pak najdou řešení. Jiní začnou od jiné dvojice, jejíž rozdíl je 9 a budou pokračovat v hledání.

kytice-5 růže	9	10	11	12	13	14			
kytice-7 růží	0	1	2	3	4	5			
celkem růží	45	57	69	81	93	105			



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

b) Žáci řeší tabulkou jako předchozí úlohy. Najdou všechny možnosti a vyberou tu správnou.

kytice-5 růže	0	7	14	21					
kytice-7 růží	15	10	5	0					

Komentář: Úloha má silný diagnostický přínos. Pokud úlohu dostanou žáci ne v sérii úloh jako v tomto případě, ale s časovým odstupem, může učitel vysledovat, jaký mají žáci vhled do řešení slovních úloh.

Žáci, kteří si vyberou řešení a), vycházejí z podmínky „kytic po 5 růžích je o 9 více než kytic po 7 růžích“, ta je pro ně dominantní. Žáci mající lepší vhled do řešení takovýchto slovních úloh začnou od dvojice 9-0, 10-1, 11-2 (viz tabulka v řešení a) až dojdou k řešení 14-5. Nadanější dojdou k řešení 14-5 již po dvou maximálně třech krocích. Žáci, kteří nemají vhled do řešení takovýchto úloh, budou hledat dvojice nesystematicky.

Žáci, kteří si vyberou řešení b), nemají problém s řešením slovních úloh vedoucích k neurčitým rovnicím, mají tyto slovní úlohy dobře zafixovány a jejich řešení jim nedělá problémy. Podmínka „kytic po 5 růžích je o 9 více než kytic po 7 růžích“ je pro ně doplňující a vybírají z řešení neurčité rovnice, které tomu odpovídá.

Úloha 8:

Pavla utratila 458,- Kč za šaty a zůstalo jí 500,- Kč. Kolik korun měla Pavla původně?

Řešení:

Zpaměti: $500,- + 458,- = 958,-$ Kč.

Dramatizaci: Žáci si celou situaci odehrají dle výsledků, ke kterým dospějí.

Komentář: Úloha je opět zaměřena na antisignál. Úloha je opět zařazena pro obměnu a diagnostiku, jak žáci vnímají známé údaje zadané v úloze a jak s nimi pracují. „utratila“ opět vyvolává potřebu odčítání, ale při správné interpretaci údajů se jedná o sčítání.

Úloha 9:

Vašek měl o 120,- Kč více než Míša. Vašek dal Míše 60,- Kč. Kdo má nyní více a o kolik? Míša nebo Vašek?

Řešení:

Nejčastější chybné řešení: Vašek má více o 60,- Kč, protože měl více o 120,-, ale 60,- Kč jí dal.

Dramatizaci: Žáci si celou situaci odehrají.

Výpočtem:




Na počátku: Míša měla . Vašek měl  + 120.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



***Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660***

Vašek dal Míše 60 Kč: Míša nyní má  + 60.
Vašek nyní má  + 120 – 60, což je  + 60.

Vašek i Míša mají nyní stejně.

Komentář: Úloha je náročná v tom, že není znám počáteční stav peněz Míši a Vaška, ale pouze, o kolik má jeden více než druhý. Opět silný diagnostický nástroj, zda žáci vnímají změnu pouze u Vaška nebo u obou. Pokud mají žáci s úlohou potíže, může dodat učitel žákům nějaký počáteční stav peněz, které má Vašek nebo jim navrhnout, aby si zkusili nějaký počáteční stav sami zvolit.

Teoretická východiska aktivity:

Etapizace poznávacího procesu

Hejný, 2014, Vyučování aritmetice orientované na budování schémat, Praha, PedF UK.

Hejný, Krpec, 2013, Alternativní koncepce výuky aritmetiky v primárním vzdělávání, Ostrava, PdF OU.

Učebnice:

Ausbergerová a kol., 2014. Učebnice, pracovní sešity, Matematika pro 4. ročník ZŠ. Praha, SPN.

Blažková a kol., 2018. Učebnice, pracovní sešity, Matematika pro 4. ročník ZŠ. Praha, ALTER.

Hejný a kol., 2007 – 2011, Učebnice, pracovní sešity, příručky učitele, Matematika pro 1. – 5. ročník ZŠ, Plzeň, Fraus.

Zpracoval: RNDr. Radek Krpec, Ph.D.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

ZPRACOVÁNÍ EDUKAČNÍ AKTIVITY 14

Název aktivity: **Slovní úlohy 4**

Obsah aktivity: Řešení slovních úloh využitím dramatizace, modelování, manipulace.

Cíl aktivity: Vybudování dovednosti řešit slovní úlohy správným uchopením známých údajů (za pomoci dramatizace, manipulace, náčrtků, obrázků, grafů, tabulky, apod.).

Doba trvání aktivity: 2-3 vyučovací hodiny (nebo zařazení postupně do více hodin, aby hodiny nebyly jednotvárné a žáci měli motivaci).

Věková kategorie nebo třída: 5.

Potřebné pomůcky: dvě figurky (např. člověče nezlob se), pastelky, psací pomůcky

Postup realizace aktivity:

Úloha 1:

Honza je dvakrát starší než Nela. Honzovi je 8 let. Kolik bude Honzovi a Nele za 5 let?

Řešení:

Početně: Jelikož je Honza dvakrát starší než Nela, je Nela dvakrát mladší než Honza, tedy jsou jí 4 roky. Nebo kolik musí mít Nela, když dvakrát tolik je 8? Tedy Nela má 4 roky. Za 5 let bude Honzovi 13 a Nele 9 let.

Obrázkem nebo tabulkou:

Honza	2 krát starší	Nela	
8	←	4	
$8 + 5 = 13$		$4 + 5 = 9$	za 5 let

Dramatizací: Žáci si sehraji situaci. Určí, kolik musí mít Nela, aby Honza byl dvakrát starší. A pak dopočtou, kolik budou mít za 5 let.

Komentář: Úloha je zaměřena na antisignál, což by již žákům v páté třídě nemělo dělat problémy.

Úloha 2:

Vlaku jedoucí z Ostravy do Prahy stál ve stanicích Ostrava – Olomouc – Pardubice – Praha. Mezi Olomoucí a Pradubicemi bylo ve vlaku 180 cestujících. Kolik cestujících bylo ve vlaku:

a) Po odjezdu z Pardubic, jestliže 40 cestujících ubylo?

b) Po odjezdu z Pardubic, jestliže 16 cestujících vystoupilo a 28 cestujících nastoupilo?



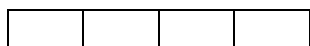
Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

- c) Po odjezdu z Pardubic, jestliže ubyly dvě devítiny cestujících?
- d) Po odjezdu z Pardubic, jestliže šestina cestujících vystoupila a 17 cestujících nastoupilo?
- e) Před příjezdem do Olomouce, jestliže jich tam přibylo 46?
- f) Před příjezdem do Olomouce, jestliže jich tam 38 vystoupilo a 56 nastoupilo?
- g) Před příjezdem do Olomouce, jestliže jich tam čtvrtina ubyla?
- h) Před příjezdem do olomouce, jestliže jich tam čtvrtina vystoupila a 30 nastoupilo?

Řešení:

- a) Do Pardubic přijelo 180. Ubylo 40. Jelo z Pardubic: $180 - 40 = 140$.
- b) Do Pardubic přijelo 180. Vystoupilo 16 a nastoupilo 28. Jelo z Pardubic: $180 - 16 + 28 = 192$.
- c) Do Pardubic přijelo 180. Ubyly dvě devítiny. Jedna devítina je 20, dvě devítiny jsou 40. Ubylo tedy 40. Jelo z Pardubic: $180 - 40 = 140$.
- d) Do Pardubic přijelo 180. Šestina cestujících je 30. Vystoupilo tedy 30 a nastoupilo 17. $180 - 30 + 17 = 167$.
- e) Odjíždělo z Olomouce 180. V Olomouci přibylo 46. Před Olomoucí jich muselo být o 46 méně, tedy $180 - 46 = 134$.
- f) Odjíždělo z Olomouce 180. V Olomouci vystoupilo 38 a 56 nastoupilo, tedy jich 18 přibylo. Tedy před Olomoucí jich bylo o 18 méně, tedy $180 - 18 = 172$.
nebo
Před Olomoucí bylo x . Vystoupilo 38 a nastoupilo 56, tedy po vyjetí z Olomouce bylo ve vlaku $x - 38 + 56$, což je 180. Tedy $x = 180 + 38 - 56 = 172$.
- g) Jestliže jich v Olomouci čtvrtina ubyla a před Olomoucí jich bylo x , pak z Olomouce jich jelo o čtvrtinu z x méně, tedy tři čtvrtiny. Jestliže tři čtvrtiny z x jsou 180, pak jedna čtvrtina z x je 60 a čtyři čtvrtiny jsou 240.

Graficky: celek rozdělíme na čtvrtiny (model koláč nebo čokoláda).



Toto je počet všech cestujících, kteří přijeli do Olomouce.

Čtvrtina jich ubyla (vyznačíme jeden dílek např. červeně).



Zůstaly tři dílky (tři čtvrtiny, vyznačíme žlutě). Tyto představují počet všech cestujících vyjíždějících z Olomouce.

Tři stejné dílky představují 180 cestujících, pak jeden dílek je $180 : 3 = 60$.



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

Pokud jeden dílek představuje 60, pak všechny 4 dílky, což je počet všech cestujících přijíždějící do Olomouce, představují $4 \cdot 60 = 240$.

Celkově tedy bylo ve vlaku před příjezdem do Olomouce 240 cestujících.

h) Před Olomoucí jich bylo x . Čtvrtina vystoupila a 30 nastoupilo, tedy tři čtvrtiny z x plus 30 je počet cestujících, kteří byli ve vlaku z Olomouce do Pardubic, což je 180 cestujících. Tedy

$$\frac{3}{4}x + 30 = 180,$$

$$\frac{3}{4}x = 180 - 30,$$

$$\frac{3}{4}x = 150,$$

$$\frac{1}{4}x = 50,$$

$$x = \frac{4}{4}x = 200.$$

Ve vlaku bylo z před Olomoucí 200 cestujících.

Komentář: Jedná se o sérii gradovaných úloh, kdy si žáci mohou vybírat úlohy podle svých schopností a dovedností. Náročnost úloh postupně roste a každý žák si může najít úlohu, kterou je schopen vyřešit, přičemž zde máme i úlohy pro velmi dobré žáky.

Na úvod učitel prodiskutuje s žáky, jaký je rozdíl mezi ubylo a vystoupilo, resp. mezi přibylo a nastoupilo. Jestliže např. vystoupilo 20 a nastoupilo 10, pak celkově ubylo 10 cestujících. Je to podobné jako: Měl jsem 10 kuliček, nejdříve jsem 5 vyhrál a pak 5 prohrál, celkově mi tedy ubylo $10 - 5 = 5$ kuliček.

Vzhledem k vyššímu počtu cestujících lze úlohu těžko řešit přímo dramatizací, ale především pomocí obrázků, náčrtků, schémat a v případě zlomků s využitím vhodných modelů.

Úlohy a) a b) lze řešit jednoduše početně, popř. schematicky.

Náročnost úloh c) a d) je zvýšena zařazením zlomků. V tomto případě je možné využít k řešení vhodných modelů zlomků u žáků, kteří by měli s řešením potíže.

Úlohy e) až h) jsou navíc úlohy s antisignálem. Žáci si musí uvědomit, že slovíčka ubylo a vystoupilo automaticky neznamenají odčítání, ale musí pracovat s celým kontextem úlohy, a podobně u nastoupilo a přibylo.

Úlohy e) a f) lze řešit opět početně nebo schematicky pouze s využitím operací sčítání a odčítání.

Úlohy g) a h) jsou náročnější, jelikož obsahují zlomky. Zařazení zlomků je o to náročnější, že si musí žáci uvědomit, z čeho se ona čtvrtina počítá. Učitel musí žáky navést, aby si uvědomili, že čtvrtina se nepočítá z cílového stavu, tedy 180, ale z počátečního stavu, který není znám. Proto je nanejvýš vhodné využití různých vhodných modelů zlomků, aby si žáci uvědomili, že pokud čtvrtina vystoupí, tak v případě g) zůstávají tři čtvrtiny a ty představují oněch 180 cestujících a od tohoto modelu se musí celé řešení odvíjet.



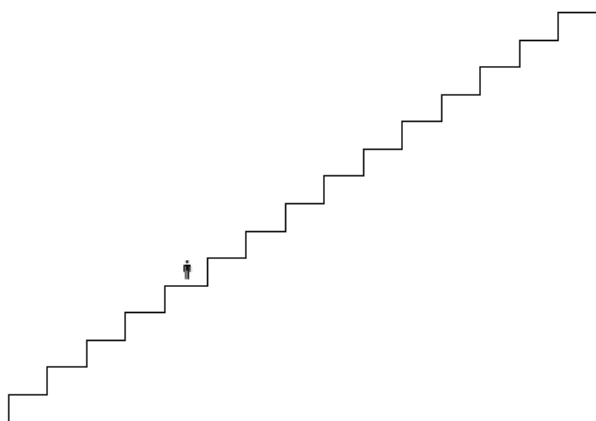
EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

Úloha 3:

Michal stojí na 5. schodě. Jana stojí o 6 schodů výše. Když Jana sejde o schody níže, bude o schodů níže/výše než Michal.



Řešení:

Učitel s žáky pomocí diskuse připraví tabulku pro řešení úlohy.

 	1	2	3	4	5	7	9	10	11
 									

Žáci opět mohou využít k řešení některé z možností: dramatizací, obrázkem, manipulativně a doplňují tabulku.

Komentář: Učitel připravuje žáky na řešení slovních úloh o pohybu, které přijdou až na druhém stupni. Úloha je náročná tím, že v úloze vystupují čísla, jednak jako adresy, jednak jako operátory porovnání (Jana je o 6 schodů výše) a jednak jako operátory změny (Jana sejde ...). Žáci jsou připravováni na náročnější úlohy typu „operátor porovnání Op1“ + „operátor změny Oz“ = „operátor porovnání Op2“, kdy není znám stav-adresa (na kterém schodu stojí Michal). Obměnou výchozí pozice Michala můžeme žáky připravovat na skutečnost, že poloha Michala není pro řešení úlohy důležitá a na výsledek nemá vliv. Úloha, kdy žáci neznají výchozí stav, jsou známy již z nižších ročníků, náročnost je zvýšena kombinací operátorů.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

Úloha 4:

Lenka bydlela o 4 podlaží výše než Kája. Kája se přestěhoval o 2 podlaží níže. O kolik podlaží níže/výše bydlí Lenka než Kája nyní?

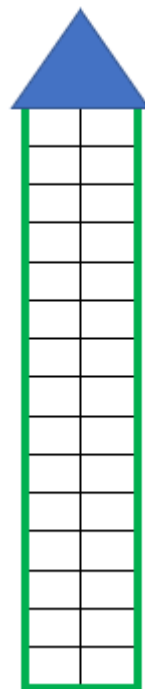
Řešení:

Početně: Kája bydlel o 4 podlaží níže než Lenka. Přestěhoval se ještě o 2 podlaží níže. Bude o $4 + 2$ podlaží níže než Lenka.
Kája bydlí nyní o 6 podlaží níže než Lenka.

Graficky: Do obrázku si žák domaluje výchozí situaci a modeluje přestěhování graficky.

Modelováním: Do obrázku si žák postaví dvě figurky dle výchozí situace a opět posunutím modeluje přestěhování Káji.

Komentář: Učitel pokračuje v přípravě žáků na řešení slovních úloh o pohybu, které přijdou až na druhém stupni. Úloha se od předchozí liší tím, že není známo, v kterém podlaží Lenka nebo Kája bydleli a tento chybějící údaj může některým žákům při řešení dělat problém. Tady může pomoci právě grafické znázornění nebo modelování.



Úloha 5:

Karolína za rok 2018 povyroستla o 7 cm. Na začátku roku 2018 byla o 33 cm vyšší než skříňka. O kolik je vyšší než skříňka na konci roku 2018?

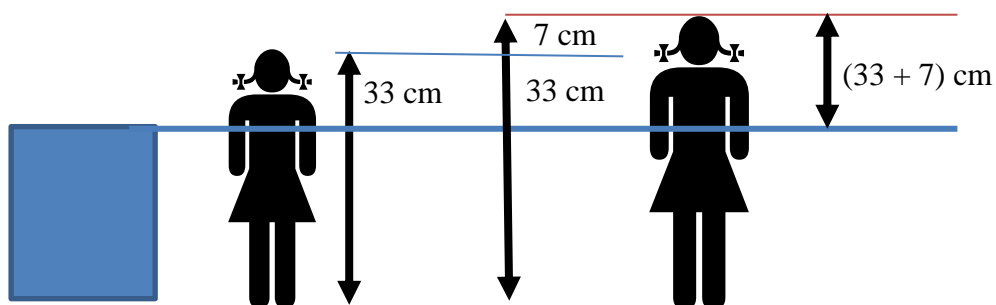
Řešení:

Početně: Na začátku byla o 33 cm vyšší než skříňka, pak povyroستla o 7 cm. Na konci je tedy o $33 + 7 = 40$ cm vyšší než skříňka.

Graficky:



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660



Komentář: Učitel pokračuje v přípravě žáků na řešení slovních úloh o pohybu, které přijdou až na druhém stupni. Úloha se od předchozí liší tím, že nejdříve je uveden operátor porovnání a pak teprve operátor změny. Při správném uchopení známých údajů by již však žáci neměli mít problém s řešením. V případě potřeby je možno úlohu řešit graficky.

Teoretická východiska aktivity:

Etapizace poznávacího procesu

Hejný, 2014, Vyučování aritmetice orientované na budování schémat, Praha, PedF UK.

Hejný, Krpec, 2013, Alternativní koncepce výuky aritmetiky v primárním vzdělávání, Ostrava, PdF OU.

Učebnice:

Čížková, M., 2015. Pracovní sešity, Matematika pro 5. ročník ZŠ. Praha, SPN.

Vacková a kol., 2015. Učebnice, Matematika pro 5. ročník ZŠ. Praha, SPN.

Justová, 2018. Učebnice, pracovní sešity, Matematika pro 5. ročník ZŠ. Praha, ALTER.

Hejný a kol., 2007 – 2011, Učebnice, pracovní sešity, příručky učitele, Matematika pro 1. – 5. ročník ZŠ, Plzeň, Fraus.

Zpracoval: RNDr. Radek Krpec, Ph.D.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

ZPRACOVÁNÍ EDUKAČNÍ AKTIVITY 15

Název aktivity: **Propedeutika rovnic a nerovnic 1**

Obsah aktivity: Příprava dovedností potřebných k řešení rovnic a nerovnic pomocí dramatizace, modelování, manipulace.

Cíl aktivity: Vybudování dovedností potřebných k řešení rovnic a nerovnic (za pomoci dramatizace, manipulace, náčrtků, obrázků, grafů, tabulky, apod.).

Doba trvání aktivity: 2-3 vyučovací hodiny (nebo zařazení postupně do více hodin, aby hodiny nebyly jednotvárné a žáci měli motivaci).

Věková kategorie nebo třída: 2.

Potřebné pomůcky: 2 figurky pro každého žáka (člověče nezlob se nebo podobné), krokovací pás na podlahu, malý krokovací pás na lavici pro každého žáka, pastelky, psací pomůcky

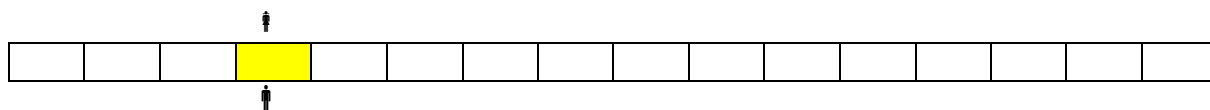
Postup realizace aktivity:

Krokovací rovnice

Pokud žáci nepracují s krokovacím pásem, na úvod seznámí učitel žáky s krokovacím pásem, pohybem po něm, povely a zápisem pohybu po krokovacím pásu pomocí šipek.

Úloha 1:

Kája a Hanka stojí na krokovacím pásu vedle sebe.



Učitel velí: *Kájo, udělej čtyři kroky dopředu, začni teď!* Kája odkrokuje. Učitel pak dává pokyn: *Děti, zadám první část povelu a vy mi pak doplňte povel tak, aby Hanka stála na stejném místě jako Kája.* První díl povelu: *Hanko, udělej tři kroky dopředu, ... doplňte povel.* Zapište šipkovým zápisem.

Řešení:

Žáci doplní: *jeden krok dopředu.*

Proběhne kontrola pomocí krokovacího pásu.

Zápis pomocí šipek.

Kája

→	→	→	→
---	---	---	---

Hanka.

→	→	→	→
---	---	---	---



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

Komentář:

Žáci jsou připravováni na řešení rovnic a nerovnic pomocí dramatizace (reálné situace), která jim dává nástroj kontroly svého řešení. Jsou žáci, kteří kontrolu potřebovat nebudou, ale je celá řada žáků, kterým tato kontrola pomůže.

Úloha 2:

Kája a Hanka stojí na krokovacím pásu vedle sebe. Kája odkrokuje podle zápisu. Kolik kroků musí udělat Hanka, aby stáli vedle sebe?

- a) Kája

→→	←	→→
----	---	----

 Hanka

--
- b) Kája

←←←	→→→→	→→
-----	------	----

 Hanka

--

Řešení:

- a) Kája

→→	←	→→
----	---	----

 Hanka

→→→

- b) Kája

←←←	→→→→	→→
-----	------	----

 Hanka

→→→

Komentář: Žáci řeší z paměti, kontrolu provádějí buď na krokovacím pásu společně nebo na svých krokovacích pásích na lavici. Procvičují pamětné počítání a jsou připravováni na krokovací rovnice.

Úloha 3:

Zadejte povely pro dva žáky s tím, že druhý povel bude neúplný a ostatní žáci jej doplní tak, aby oba stáli na konci na stejném poli.

Komentář: Učitel tímto dává větší prostor pro tvořivou práci a upevnění zkušeností.

Domluva:

Učitel se domluví s žáky, že pro zjednodušení mohou zapisovat pokyny pro dva žáky do jedné rovnosti:

Kája

→→	←	→→
----	---	----

 Hanka

→→→

můžeme zapsat

→→	←	→→
----	---	----

 =

→→→

Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16 11/0000660

Úloha 4:

Řešte krokovací (šipkové) rovnice a zkontrolujte krokováním.

a) $\boxed{\rightarrow \rightarrow} \boxed{\leftarrow \leftarrow \leftarrow} \boxed{\rightarrow \rightarrow} = \boxed{}$

c) $\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \rightarrow & \rightarrow & \rightarrow & \leftarrow & \leftarrow \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline & \leftarrow \\ \hline \end{array}$

b) $\boxed{\leftarrow} \boxed{\rightarrow \rightarrow} \boxed{\leftarrow \leftarrow} = \boxed{}$

d) $\boxed{\rightarrow \rightarrow \rightarrow} = \boxed{\rightarrow} \boxed{\quad}$

Řešení:

a) 1 šipka vpravo, b) 1 šipka vlevo, c) 2 šipki vpravo, d) 2 šipki vpravo.

Komentář: V předchozí domluvě učitel seznámil žáky se zápisem krokovací rovnice, které již je předchůdcem klasické rovnice. Již v tomto okamžiku se najdou někteří žáci schopni řešit úlohy přímo jako rovnice. Úlohy c) a d) jsou náročnější tím, že jsou dány části povelu (zápisu) na pravé straně.

Úloha 5:

Řešte krokovací (šipkové) rovnice, doplňte právě dvě šipky. Najděte více řešení.

Three rows of fraction models showing the addition of $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$. Each row consists of two boxes. The first box is divided into three equal parts, with the first part shaded. The second box is divided into three equal parts, with the first two parts shaded. An equals sign is placed between the two boxes. The first box is labeled $\frac{1}{3}$ and the second box is labeled $\frac{2}{3}$.

Řešení:

1. v levém okně žádná šipka a v pravém okně dvě šipky vpravo,
2. v levém okně jedna šipka vlevo a v pravém okně jedna šipka vpravo,
3. v levém okně dvě šipky vlevo a v pravém okně žádná šipka.

Komentář: Žáci řeší úlohu, která má více řešení. Což je dáno již v zadání. Obecně nemusí počet tabulek odpovídat počtu řešení, aby žáci dopředu nevěděli, kolik řešení existuje. Žáci se navíc setkávají s možností, že do okna (pole) nevpisují žádnou šipku. Tady by měl učitel s žáky prodiskutovat, jak tuto skutečnost zapisovat, aby bylo zřejmé, že žák ví, že v okně není žádná šipka. Učitel navrhne žákům, aby sami vymysleli, jak budou označovat, že v okně nebude žádná šipka. Nejčastější návrhy jsou: 0, ×, NIC, ..., ale žáci často vymyslí spoustu možností. Učitel dále s žáky probere, jak bude vypadat takový povel, který odpovídá oknu bez šipek.



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

Rovnice v prostředí Zvířátka dědy Lesoně

Komentář:

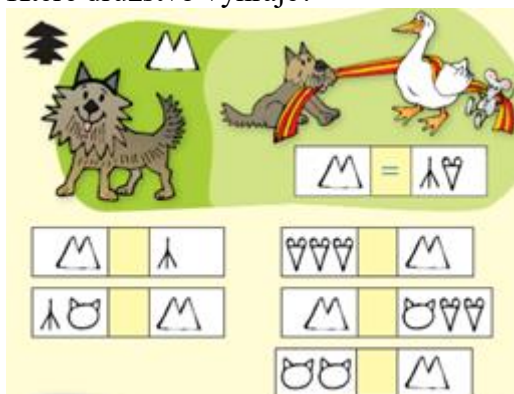
- Vztahy mezi silami zvířátek jsou dány pohádkou.
- Učitel nesmí vést žáky k poznatku, že husa je stejně silná jako 3 myši, koza je stejně silná jako 5 myši.
- Žáci sami odhalují, že pes je stejně silný jako dvě kočky.
- Žáci sami odhalují, že kolik myši je stejně silných jako jednotlivá zvířátka.
- Žáci sami přecházejí od vztahů mezi silami zvířátek k vyjádření čísla.

Pokud žáci nepracují s prostředím, na úvod seznámí učitel žáky se vztahy mezi silami jednotlivých zvířátek.

$$\begin{array}{lcl} \text{kočka} & = & \text{myš} + \text{myš} \\ \text{pes} & = & \text{kočka} + \text{myš} \\ \text{kočka} & = & \text{koza} + \text{myš} \\ \text{pes} & = & \text{pes} + \text{myš} \end{array}$$

Úloha 6:

Které družstvo vyhraje?



Řešení:

vlevo
vlevo

vpravo
stejně silná
stejně silná

Komentář: Učitel žákům připraví kartičky se zvířátky tak, aby jich měli dostatek a mohli s nimi manipulovat. Žáci manipulací nahrazují zvířátka, např. v první úloze nahradí vlevo psa husou a myši, protože mají stejnou sílu. Vlevo je husa a myš, vpravo je husa, vpravo je tedy silnější družstvo. Takto manipulací objevují vztahy mezi různými skupinami zvířátek. Tato manipulace je pro žáky propedeutikou k úpravám rovnic.



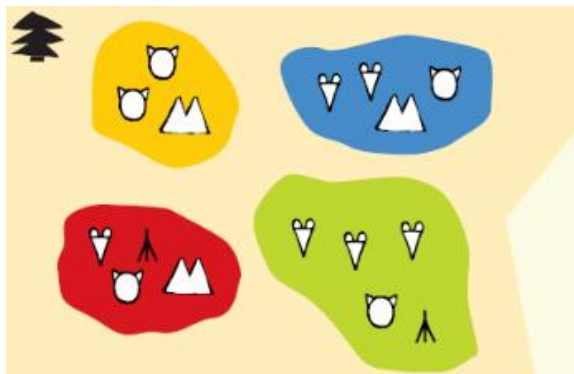
EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

Úloha 7:

Rozděl do dvou stejně silných družstev.



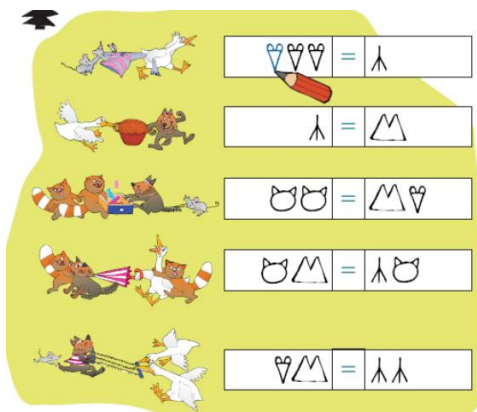
Řešení:

žluté	kočka a kočka pes
modré	myš a myš a kočka pes
červené	kočka a husa pes a myš
zelené	dvě myši a kočka husa a myš

Komentář: Žáci manipulací dávají zvířátka k sobě a porovnávají. Takto manipulací objevují vztahy mezi různými skupinami zvířátek.

Úloha 8:

Doplň zvířátko, aby byla družstva stejně silná.



Řešení:

Domalována vlevo 1 myš.

Vlevo 1 myš.

Vlevo 1 myš.

Vpravo 1 myš.

Vlevo 1 myš.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

Komentář: Žáci manipulací nahrazují zvířátka. Takto manipulací objevují vztahy mezi různými skupinami zvířátek. Tato manipulace je pro žáky propedeutikou k ekvivalentním úpravám rovnic. Znaménko = zde vyjadřuje rovnost sil. Žáci pracují se symbolickým zápisem.

Úloha 9:

Které zvířátko má přijít slabšímu družstvu na pomoc?

a)

b)

Řešení:

- a) Vpravo 1 myš.
b) Vlevo jedna myš.

Komentář: Žáci manipulací nahrazují zvířátka. Takto manipulací objevují vztahy mezi různými skupinami zvířátek. Tato manipulace je pro žáky propedeutikou k ekvivalentním úpravám rovnic. Mohou se objevit žáci, kteří již přepočítávají zvířátka na myši. Učitel tuto možnost ale žákům sám nikdy nenabízí. Žáci na to musí přijít sami.

Rovnice v prostředí vláček

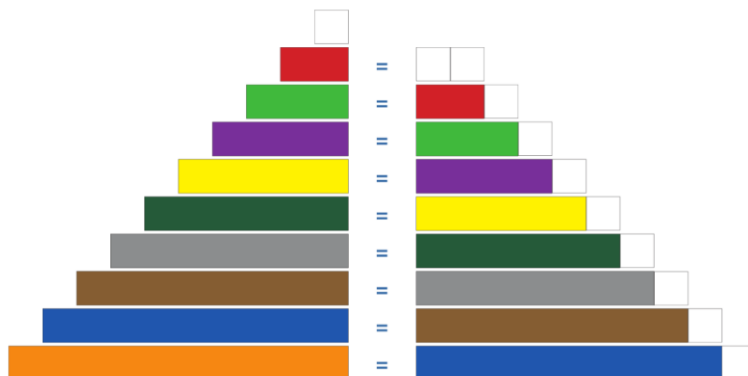
- Děti porovnávají délky vláčků.
- Výhodou je, že děti mohou délky vláčků a vagónů porovnávat přímo a nemusí mít před sebou tabulku vztahů.
- Učitel nesmí vést žáky k poznatku, že zelený vagón je stejně dlouhý jako tři bílé, apod..
- Žáci sami odhalují vztahy mezi délkami jednotlivých vagónů.
- Žáci sami odhalují, že kolik bílých vagónů má stejnou délku jako vagóny jednotlivých barev.
- Žáci sami přecházejí od vztahů mezi délkami vagónů k vyjádření čísla.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

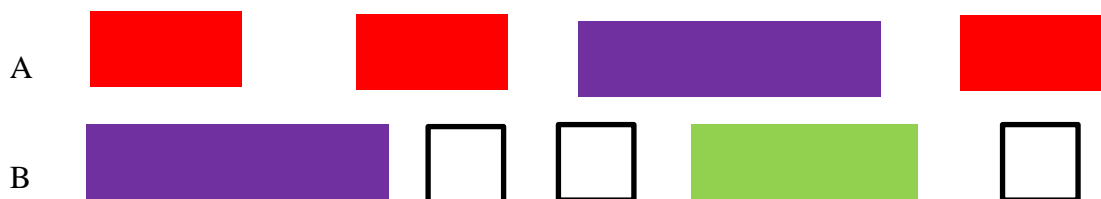


Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660



Úloha 10:

Urči, který vláček bude delší.



Řešení:

Vláčky A a B jsou stejně dlouhé.

Komentář: Učitel žákům připraví vláčky z barevných proužků, pokud nemají k dispozici hranolky. Žáci porovnávají délky vláčků. Řešení nalézají buďto sestavením vláčku nebo eliminací stejných vagónů v obou vláčcích. Ve chvíli, kdy nebudou mít k dispozici vláčky pro manipulativní řešení, budou nuceni využít druhé metody řešení, což vede k propedeutice ekvivalentních úprav rovnic.

Komentář: Další úlohy v prostředí vláčků lze vytvořit analogicky k prostředí Zvířátka dědy Lesoně.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



***Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660***

Teoretická východiska aktivity:

Etapizace poznávacího procesu

Hejný, 2014, Vyučování aritmetice orientované na budování schémat, Praha, PedF UK.

Hejný, Krpec, 2013, Alternativní koncepce výuky aritmetiky v primárním vzdělávání, Ostrava, PdF OU.

Učebnice:

Čížková, M., 2013. Učebnice, pracovní sešity, Matematika pro 2. ročník ZŠ. Praha, SPN.

Landová a kol., 2011. Učebnice, pracovní sešity, Matematika pro 2. ročník ZŠ. Praha, ALTER.

Eichlerová a kol., 2011. Učebnice, pracovní sešity, Matematika pro 2. ročník ZŠ. Praha, ALTER.

Hejný a kol., 2007 – 2011, Učebnice, pracovní sešity, příručky učitele, Matematika pro 1. – 5. ročník ZŠ, Plzeň, Fraus.

Zpracoval: RNDr. Radek Krpec, Ph.D.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

ZPRACOVÁNÍ EDUKAČNÍ AKTIVITY 16

Název aktivity: **Propedeutika rovnic a nerovnic 2**

Obsah aktivity: Příprava dovedností potřebných k řešení rovnic a nerovnic pomocí dramatizace, modelování, manipulace.

Cíl aktivity: Vybudování dovedností potřebných k řešení rovnic a nerovnic za pomoci dramatizace, manipulace, náčrtků, obrázků, grafů, tabulky, apod.).

Doba trvání aktivity: 2-3 vyučovací hodiny (nebo zařazení postupně do více hodin, aby hodiny nebyly jednotvárné a žáci měli motivaci).

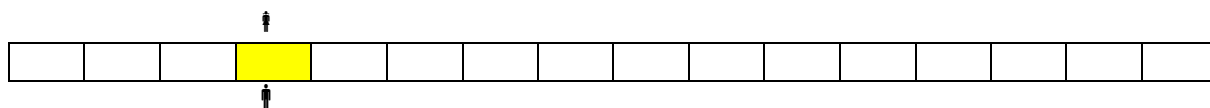
Věková kategorie nebo třída: 3.

Potřebné pomůcky: 2 figurky pro každého žáka (člověče nezlob se nebo podobné), malý krokovací pás na lavici pro každého žáka, pastelky, psací pomůcky, mince, pytlíček nebo krabička na mince

Postup realizace aktivity:

Krokovací rovnice

Pokud žáci nepracují s krokovacím pásem, na úvod seznámí učitel žáky s krokovacím pásem, pohybem po něm, povely a zápisem pohybu po krokovacím pásu pomocí šipek.



Úloha 1:

Úlohu zapsanou šipkami zapiš čísly a vyřeš. Ověř krokováním.

a) $| \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow | \leftarrow \leftarrow \leftarrow | = | \rightarrow | \underline{\hspace{2cm}}$

b) $| \leftarrow | \rightarrow \rightarrow | \leftarrow \leftarrow \leftarrow | = | \underline{\hspace{2cm}}$

c) $| \rightarrow \rightarrow \rightarrow | \leftarrow \leftarrow | = | \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow | \underline{\hspace{2cm}}$

d) $| \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow | \underline{\hspace{2cm}} | = | \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow | \leftarrow \leftarrow \leftarrow |$

e) $| \rightarrow \rightarrow \rightarrow | = | \underline{\hspace{2cm}} | \rightarrow | \leftarrow \leftarrow \leftarrow |$

f) $| \rightarrow \rightarrow \rightarrow | \leftarrow | = | \rightarrow | \underline{\hspace{2cm}} | \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow | \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow |$



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

Řešení:

Žáci přepíší do čísel:

- a) $5 - 3 = 1 + (-)$, b) $-1 + 2 - 3 =$, c) $3 - 2 = 5 + (-)$,
d) $5 + (-)$ = $6 - 3$, e) $3 =$ + $1 - 3$, f) $3 - 1 = 1 + (-)$ - $5 + 7$.

Učitel s žáky prodiskutuje, proč dopředu nevíme znaménko, protože někdy bude řešení záporné a někdy kladné. Proto zapisujeme $+(-)$. Pak proběhne kontrola pomocí krokovacího pásu.

Komentář:

Žáci jsou připravováni na matematizaci úlohy z prostředí krokování do řešení rovnic a nerovnic. Krokování jim dává nástroj kontroly svého řešení. Jsou žáci, kteří kontrolu potřebovat nebudou, ale je celá řada žáků, kterým tato kontrola pomůže. Některým žákům budou dělat problém úlohy s řešením záporným číslem. S těmito žáky je vhodnější po dobu potřebnou nejdříve úlohu řešit přes krokování a posléze teprve v jazyce čísel.

Úloha 2:

Úlohu vyjádřenou čísla převed' na šipkový zápis. Vyřeš obě úlohy a výpočet ověř krokováním.

- a) $3 + (-)$ = 5 , b) $-2 + (-)$ = 3 .

Řešení:

Žáci se nejdříve snaží úlohu řešit v číselném zápisu. Posléze provedou kontrolu pomocí krokování.

Komentář:

Žáci se učí tvořit úlohy ze zadání ve tvaru rovnic. Krokování jim dává nástroj kontroly svého řešení. Úloha navazuje na úlohu 1. Řada žáků již bude řešit úlohy bez potřeby kontroly.

Úloha 3:

Kolik mincí je v balíčku? Zapište čísla a vyřešte.



Řešení:

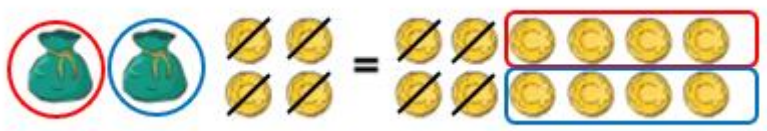
Zápis čísla $___ + ___ + 4 = 12$.

Výsledek $___ = 4$.

Řešení dramatizací:



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660



Ukázky žákovských řešení obdobných úloh:

Úloha A:



Úloha B:



Komentář: Mince používají žáci běžně v životě, proto je jejich využití ve výuce běžnou součástí a pro žáky je práce s mincemi přirozená. Žáci získávají zkušenosti s úpravami rovnic.

Rovnice v prostředí Zvířátka dědy Lesoně

Komentář:

- Vztahy mezi silami zvířátek jsou dány pohádkou.
- Učitel nesmí vést žáky k poznatku, že husa je stejně silná jako 3 myši, koza je stejně silná jako 5 myši.
- Žáci sami odhalují, že pes je stejně silný jako dvě kočky.
- Žáci sami odhalují, že kolik myši je stejně silných jako jednotlivá zvířátka.
- Žáci sami přecházejí od vztahů mezi silami zvířátek k vyjádření číslu.

Pokud žáci nepracují s prostředím, na úvod seznámí učitel žáky se vztahy mezi silami jednotlivých zvířátek.



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

$$\begin{aligned} \text{☹} &= \text{☹} \text{☹} & \text{♠} &= \text{☹} \text{☹} \\ \text{↘} &= \text{△} \text{☹} & \text{△} &= \text{♠} \text{☹} \\ & & \text{☹} &= \text{↘} \text{☹} \end{aligned}$$

Úloha 4:

O masopustu uspořádal děda Lesoň pro svá zvířátka maškarní rej. Potom se opět přetahovala. Některá zvířátka měla masku. Zjisti, které zvířátko se ukrývá za maskou. Za stejnými maskami jsou též zvířátka.

- | | | |
|-------------|--------------|-------------|
| a) ♠ = ☹ | b) ☹☹ = ♠ | c) ☹☹♠ = △ |
| d) ☹☹☹ = ♠☹ | e) △ = ♠♠ | f) △ = ↘ |
| g) ☹ = ●● | h) △ = ●● | i) X ♠ = ●● |
| j) ●●☹ = ↘ | k) ●●●☹ = ↘↘ | |

Řešení:

- | | | | | | |
|---------|-----------|-----------------|-----------|-----------|---------|
| a) myš, | b) myš, | c) kočka, | d) kočka, | e) kočka, | f) myš, |
| g) myš, | h) kočka, | i) více řešení, | j) kočka, | k) husa. | |

Komentář: Žáci manipulací nahrazují zvířátka. Takto manipulací objevují vztahy mezi různými skupinami zvířátek. Tato manipulace je pro žáky propedeutikou k ekvivalentním úpravám rovnic. Někteří žáci si již nahradí každé zvířátko silou myši. Někteří již převádějí přímo do čísel.

Úloha 5:

Opět máme masopust a některá zvířátka se ukryla za masky. Stejné masky znamenají stejné zvířátko.

- | | | | |
|----|----|----|----|
| a) | b) | c) | d) |
| | | | |

Řešení:

- | | |
|---------------------------------------|-------------------------------------|
| a) červená je beran a zelená je pes, | b) červená je pes a zelená je husa, |
| c) červená je koza a zelená je beran, | d) červená je koza a zelená je pes. |

Komentář: Žáci mohou použít k řešení různé strategie. Někteří řeší nahrazováním zvířátek, např. v první soustavě červenou masku nahradí zelenou maskou a kočkou a pak pokračují jako v rovnici s jednou maskou. Druhou strategií je převedení na sílu myši a třetí přepočítání na



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

čísla. Ve všech strategiích procvičují úpravy rovnic. Co se týká řešení soustavy, někteří řeší metodou pokus-omyl, někteří sofistikovanější metodou pokus-omyl, kdy mají již představu o možném dosazování zvířátek. Žáci s větším vhledem již řeší substituční metodou.

Úloha 6:

Kolika způsoby lze zaplatit 35 Kč pětikorunovými nebo desetikorunovými mincemi?

Řešení:

Celková suma	Počet 	Počet 
35 Kč	7	0
35 Kč	5	1
35 Kč	3	2
35 Kč	1	3

Komentář: Žáci řeší úlohu strategií pokus-omyl. K řešení použijí z papíru vystřižené mince. Postupně při řešení obdobných úloh si mohou všimnout systému řešení. Učitel žáky připravuje na metodu řešení neurčitých (Diofantovských) rovnic. Řešení úlohy je řešením neurčité rovnice $5x + 7y = 35$.

Úloha 7:

Kolika způsoby lze zaplatit 20 Kč dvoukorunovými nebo pětikorunovými mincemi?

Řešení:

Celková suma	Počet 	Počet 
20 Kč	0	4
20 Kč	5	2
20 Kč	10	0

Komentář: Žáci řeší většinou úlohu strategií pokus-omyl. Někteří však mohou již při řešení sledovat, že počet dvoukorunových mincí jde po pěti a počet pětikorunových mincí jde po dvou. Tito žáci již mají lepší vhled do problematiky řešení neurčitých rovnic. K řešení opět mohou použít z papíru vystřižené mince. Učitel žáky dále připravuje na metodu řešení neurčitých (Diofantovských) rovnic. Řešení úlohy je řešením neurčité rovnice $2x + 5y = 20$.

Úloha 8:



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

Kolika způsoby lze zaplatit 27 Kč dvoukorunovými nebo pětikorunovými mincemi?

Řešení:

Celková suma	Počet 	Počet 
27 Kč	1	5
27 Kč	6	3
27 Kč	11	1

Komentář: Žáci opět řeší většinou úlohu strategií pokus-omyl a někteří již vysledovali, že počet dvoukorunových mincí jde po pěti a počet pětikorunových mincí jde po dvou. K řešení opět mohou použít z papíru vystřižené mince. Učitel žáky dále připravuje na metodu řešení neurčitých (Diofantovských) rovnic. Řešení úlohy je řešením neurčité rovnice $2x + 5y = 27$.

**Úloha 9:*

Kolika způsoby lze zaplatit 26 Kč dvoukorunovými, pětikorunovými nebo desetikorunovými mincemi?

Řešení:

Celková suma	Počet 	Počet 	Počet 
26 Kč	3	4	0
26 Kč	3	2	1
26 Kč	3	0	2
26 Kč	8	2	0
26 Kč	8	0	1
26 Kč	13	0	0

Komentář: Úloha je náročnější, neboť se jedná o tři neznámé, a žáci řeší úlohu strategií pokus-omyl. Učitel může diagnostikovat, kteří žáci jsou schopni hledat řešení systematicky a kteří jej hledají chaoticky. K řešení opět mohou použít z papíru vystřižené mince. Učitel žáky dále připravuje na metodu řešení neurčitých (Diofantovských) rovnic. Řešení úlohy je řešením neurčité rovnice $2x + 5y + 10z = 26$.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



***Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660***

Teoretická východiska aktivity:

Etapizace poznávacího procesu

Hejný, 2014, Vyučování aritmetice orientované na budování schémat, Praha, PedF UK.

Hejný, Krpec, 2013, Alternativní koncepce výuky aritmetiky v primárním vzdělávání, Ostrava, PdF OU.

Učebnice:

Čížková, M., 2013. Učebnice, pracovní sešity, Matematika pro 3. ročník ZŠ. Praha, SPN.

Blažková a kol., 2018. Učebnice, pracovní sešity, Matematika pro 3. ročník ZŠ. Praha, ALTER.

Hejný a kol., 2007 – 2011, Učebnice, pracovní sešity, příručky učitele, Matematika pro 1. – 5. ročník ZŠ, Plzeň, Fraus.

Zpracoval: RNDr. Radek Krpec, Ph.D.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

ZPRACOVÁNÍ EDUKAČNÍ AKTIVITY 17

Název aktivity: **Propedeutika rovnic a nerovnic 3**

Obsah aktivity: Příprava dovedností potřebných k řešení rovnic a nerovnic pomocí dramatizace, modelování, manipulace.

Cíl aktivity: 2-3 vyučovací hodiny (nebo zařazení postupně do více hodin, aby hodiny nebyly jednotvárné a žáci měli motivaci).

Doba trvání aktivity: 2-3 vyučovací hodiny (nebo zařazení postupně do více hodin, aby hodiny nebyly jednotvárné a žáci měli motivaci).

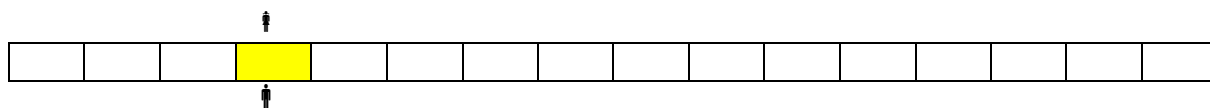
Věková kategorie nebo třída: 4.

Potřebné pomůcky: 2 figurky pro každého žáka (člověče nezlob se nebo podobné), malý krokovací pás na lavici pro každého žáka, pastelky, psací pomůcky, kartičky – zvířátka dědy Lesoně

Postup realizace aktivity:

Krokovací rovnice

Pokud žáci nepracují s krokovacím pásem, na úvod seznámí učitel žáky s krokovacím pásem, pohybem po něm, povely a zápisem pohybu po krokovacím pásu pomocí šipek.



Úloha 1:

Úlohu zapsanou šipkami zapiš čísla a vyřeš. Ověř krokováním.

a) $| \rightarrow \rightarrow \rightarrow | = | \underline{\hspace{2cm}} | \rightarrow | \leftarrow \leftarrow \leftarrow |$

b) $| \rightarrow \rightarrow \rightarrow | \leftarrow | = | \rightarrow | \underline{\hspace{2cm}} | \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow | \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow |$

Řešení:

Žáci přepíšou do čísel:

a) $3 = \underline{\hspace{1cm}} + 1 - 3$, b) $3 - 1 = 1 + (-) \underline{\hspace{1cm}} - 5 + 7$.

Učitel s žáky prodiskutuje, proč dopředu nevíme znaménko, protože někdy bude řešení záporné a někdy kladné. Proto zapisujeme $+(-)$. Pak proběhne kontrola pomocí krokovacího pásu.



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

Komentář:

Žáci jsou připravováni na matematizaci úlohy z prostředí krokování do řešení rovnic a nerovnic. Krokování jim dává nástroj kontroly svého řešení. Jsou žáci, kteří kontrolu potřebovat nebudou, ale je celá řada žáků, kterým tato kontrola pomůže. Některým žákům budou dělat problém úlohy s řešením záporným číslem. S těmito žáky je vhodnější po dobu potřebnou nejdříve úlohu řešit přes krokování a posléze teprve v jazyce čísel.

Úloha 2:

Úlohu vyjádřenou čísla převed' na šipkový zápis. Vyřeš obě úlohy a výpočet ověř krokováním.

a) $5 + (-) \underline{\hspace{1cm}} = 8 - 4$,

b) $-4 + (-) \underline{\hspace{1cm}} = -3 + 2$.

Řešení:

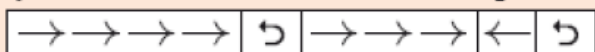
Žáci se nejdříve snaží úlohu řešit v číselném zápisu. Posléze provedou kontrolu pomocí krokování.

Komentář:

Žáci se učí tvořit úlohy ze zadání ve tvaru rovnic. Krokování jim dává nástroj kontroly svého řešení. Úloha navazuje na úlohu 1. Řada žáků již bude řešit úlohy bez potřeby kontroly.

Seznámení žáků s povelem „Čelem vzad“.

Číselný zápis $4 - (3 - 1)$ přepíšeme do šipkového zápisu takto:



Čteme *Udělej čtyři kroky dopředu, čelem vzad, tři kroky dopředu, jeden dozadu, čelem vzad.*

Úloha 3:

Vyřešte. Přepište do číselných zápisů.

a) $|\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow| \cup |\rightarrow\rightarrow| \leftarrow |\cup| = | \underline{\hspace{2cm}} |$

b) $| \underline{\hspace{2cm}} | = | \leftarrow\leftarrow | \cup | \leftarrow\leftarrow | \rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow | \cup |$

c) $|\rightarrow\rightarrow| \cup |\leftarrow| \underline{\hspace{1cm}} | \cup | = | \rightarrow\rightarrow\rightarrow |$

d) $|\rightarrow\rightarrow| \cup | \underline{\hspace{1cm}} | \rightarrow | \cup | = | \leftarrow\leftarrow |$

Řešení:

a) $3 - (2 - 1) = \underline{\hspace{1cm}}$,

b) $\underline{\hspace{1cm}} = -2 - (-2 + 4)$,

c) $2 - (-1 + (-) \underline{\hspace{1cm}}) = 3$,

d) $2 - (\underline{\hspace{1cm}} + 1) = -2$.

Komentář: Úlohy s minus před závorkou jsou náročnější. Krokování nabízí pomoc s řešením těchto úloh. Žáci získávají představu, co minus před závorkou provádí s operacemi uvnitř závorek.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

Rovnice v prostředí Zvířátka dědy Lesoně

Komentář:

- Vztahy mezi silami zvířátek jsou dány pohádkou.
- Učitel na úvod nevede žáky k poznatku, že husa je stejně silná jako 3 myši, koza je stejně silná jako 5 myši. Cílem je, aby žáci v první úloze manipulovali se zvířátky, což odpovídá algebraickým úpravám rovnic.
- Učitel odhaluje slabším žákům, kolik myši je stejně silných jako jednotlivá zvířátka.
- Učitel následně odhaluje slabším žákům přechod od vztahů mezi silami zvířátek k vyjádření čísly.

Pokud žáci nepracují s prostředím, na úvod seznámí učitel žáky se vztahy mezi silami jednotlivých zvířátek.

$$\begin{aligned} \text{☺} &= \text{♥♥} & \text{♠} &= \text{☺♥} \\ \text{♣} &= \text{△♥} & \text{△} &= \text{♠♥} \\ \text{♩} &= \text{♣♥} \end{aligned}$$

Úloha 4:

O masopustu děda Lesoně uspořádal pro svá zvířátka maškarní rej. Zvířátka tvořila stejně silná družstva. Některá měla masku. Za stejnými maskami jsou též zvířátka. Zjisti, které zvířátko se skrývá za maskou.

$$\begin{aligned} \text{a) } \text{●●} \text{♠} &= \text{♣} & \text{b) } \text{●●} \text{♠} &= \text{♩♥☺} \end{aligned}$$

Řešení:

a) myš, b) husa.

Komentář: Žáci manipulací nahrazují zvířátka. Takto manipulací objevují vztahy mezi různými skupinami zvířátek. Tato manipulace je pro žáky propedeutikou k ekvivalentním úpravám rovnic. Někteří žáci již přicházejí na to, že každé zvířátko lze nahradit silou myši a někteří již na možný převod přímo do čísel.

Úloha 5:

Vyřeš úlohu v prostředí Zvířátek dědy Lesoně.

$$\begin{aligned} \text{♩♥} &= \text{●●♠} & \text{●●●♥} &= \text{♣♣} \end{aligned}$$

Zkus převést úloh na zápis pomocí čísel.

Řešení:



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

Vlevo: kočka,

vpravo: husa.

Vlevo: $6 + 1 = \bigcirc + \bigcirc + 3$

vpravo: $\bigcirc + \bigcirc + \bigcirc + 1 = 5 + 5$


Komentář: Žákům, kteří ještě neobjevili možnost převodu síly zvířátek na čísla, učitel pomůže následujícím příběhem:

Marta si sílu každého zvířete přepočítá na myši. Například první rovnici si запиše
 $\heartsuit \heartsuit \heartsuit \heartsuit = \bullet \heartsuit \heartsuit$ neboť \curvearrowright je 5 myši a \heartsuit jsou 2 myši. Pak lehce najde řešení:
 $\heartsuit \heartsuit = \bullet = \spadesuit$, tedy za maskou je husa.

Milan řekl, že on si píše ihned čísla, a napsal:
 $\heartsuit = 1$ $\heartsuit = 2$ $\spadesuit = 3$ $\triangle = 4$ $\curvearrowright = 5$ $\heartsuit = 6$

Ukázal, jak řešil druhou rovnici:
 $2 + 4 = \bullet \bullet$ $6 = \bullet \bullet$ $\bullet = 3 = \spadesuit$

Řekl: Za maskou je husa.



Úloha 6:

Převeď na čísla a vyřeš. Výsledek zkontroluj v prostředí Zvířátek dědy Lesoně.

$$\heartsuit \heartsuit = \bullet \bullet \spadesuit$$

$$\bullet \bullet \bullet \heartsuit = \curvearrowright \curvearrowright$$

Řešení:

Vlevo: kočka,

vpravo: husa.

Komentář: Učitel již žáky připravuje na řešení algebraických rovnic pomocí ekvivalentních úprav.

Úloha 7:

Přepiš úlohu do Zvířátek dědy Lesoně a vyřeš.

$$1 + \bullet = 4$$

$$7 = \bullet + 3$$

$$\bullet \bullet \bullet + 1 = 10$$

Řešení:

Vlevo: 3 - husa,

uprostřed: 4 – pes,

vpravo: 3 – husa.

Komentář: Žáci řeší úlohy buďto číselně a provedou kontrolu v prostředí Zvířátka dědy Lesoně, nebo úlohu převeď do prostředí Zvířátek vyřeší a převeď do čísel. Opět se rozvíjejí dovednosti v algebraických úpravách rovnic a nerovnic.

Úloha 8:

Myslím si číslo. Jeho trojnásobek zvětšený o 5 je 26. Které číslo si myslím?



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

Řešení:

Myslím si číslo 7. Trojnásobek čísla 7 je 21 a $21 + 5 = 26$.

Komentář: Žáci řeší slovní úlohu, která vede k řešení rovnice $3x + 5 = 26$. Žáci by již ve 4. ročníku měli úlohu řešit pomocí inverzních operací, tedy od 26 odečtu 5, dostanu 21 a buďto hledám číslo jehož trojnásobek je 21, nebo přímo $21 : 3 = 7$. Úlohy tohoto typu jsou diagnostickým nástrojem učitele, jak žáci rozumí posloupností operací. Pamětné řešení těchto úloh pak odpovídá opět propedeutice ekvivalentních úprav, které žáci provádějí při řešení rovnic:

Trojnásobek čísla zvětšený o 5 je 26.
Tedy trojnásobek čísla je 26 bez 5.
Tedy trojnásobek čísla je 21.
Tedy myšlené číslo je třikrát menší než 21.
Tedy myšlené číslo je 7.

$$\begin{aligned}3x + 5 &= 26 \\3x &= 26 - 5 \\3x &= 21 \\x &= 21 : 3 \\x &= 7\end{aligned}$$

Úloha 9:

Myslím si číslo. Jeho sedminásobek zvětšený o 3 je 24. Které číslo si myslím?

Řešení:

Myslím si číslo 3. Sedminásobek čísla 3 je 21 a $21 + 3 = 24$.

Komentář: Žáci opět řeší slovní úlohu, která vede k řešení rovnice $7x + 3 = 24$.

Úloha 10:

Pokus se předchozí úlohu zapsat symbolicky pomocí čísel jako tomu bylo u Zvířátek dědy Lesoně. Pokus se myšlenkové postupy zapsat symbolicky pomocí čísel.

Řešení:

$$7 \cdot \bigcirc + 3 = 24.$$

Komentář: Učitel vede žáky k algebraickému zápisu rovnice, ke které vede slovní úlohy „Myslím si číslo“. V případě potřeby učitel žáky navede jak k zápisu rovnice pomocí čísel, tak i k jednotlivým krokům.

Úloha 11:

Myslím si číslo. Jeho dvojnásobek zvětšený o 4 je 10. Jaké číslo si myslím?
Úlohu přepiš pomocí čísel. Úlohu zapsanou pomocí čísel převed' do prostředí Zvířátek dědy Lesoně a vyřeš.

Řešení:

$$2 \cdot \bigcirc + 4 = 10.$$



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



***Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660***

Komentář: Učitel vede žáky k algebraickému zápisu rovnice, ke které vede slovní úlohy „Myslím si číslo“. V případě potřeby učitel žáky navede jak k zápisu rovnice pomocí čísel, tak i k jednotlivým krokům.

Teoretická východiska aktivity:

Etapizace poznávacího procesu

Hejný, 2014, Vyučování aritmetice orientované na budování schémat, Praha, PedF UK.

Hejný, Krpec, 2013, Alternativní koncepce výuky aritmetiky v primárním vzdělávání, Ostrava, PdF OU.

Učebnice:

Ausbergerová a kol., 2014. Učebnice, pracovní sešity, Matematika pro 4. ročník ZŠ. Praha, SPN.

Blažková a kol., 2018. Učebnice, pracovní sešity, Matematika pro 4. ročník ZŠ. Praha, ALTER.

Hejný a kol., 2007 – 2011, Učebnice, pracovní sešity, příručky učitele, Matematika pro 1. – 5. ročník ZŠ, Plzeň, Fraus.

Zpracoval: RNDr. Radek Krpec, Ph.D.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

ZPRACOVÁNÍ EDUKAČNÍ AKTIVITY 18

Název aktivity: **Propedeutika rovnic a nerovnic 4**

Obsah aktivity: Příprava dovedností potřebných k řešení rovnic a nerovnic pomocí dramatizace, modelování, manipulace.

Cíl aktivity: Vybudování dovedností potřebných k řešení rovnic a nerovnic za pomoci dramatizace, manipulace, náčrtků, obrázků, grafů, tabulky, apod.).

Doba trvání aktivity: 2-3 vyučovací hodiny (nebo zařazení postupně do více hodin, aby hodiny nebyly jednotvárné a žáci měli motivaci).

Věková kategorie nebo třída: 5.

Potřebné pomůcky: mince, váhy, závaží, papírové modely závaží a předmětů, pastelky, psací pomůcky

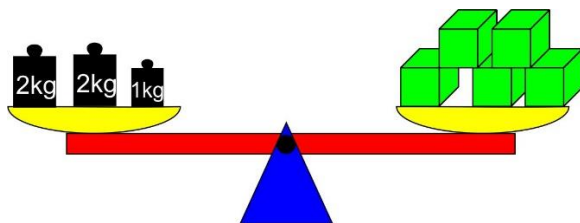
Postup realizace aktivity:

Rovnice v prostředí Váhy

Váhy jsou v rovnováze, jestliže je na obou miskách vah stejná celková hmotnost závaží a předmětů. Předměty v různých úlohách nemusí mít stále stejnou hmotnost.

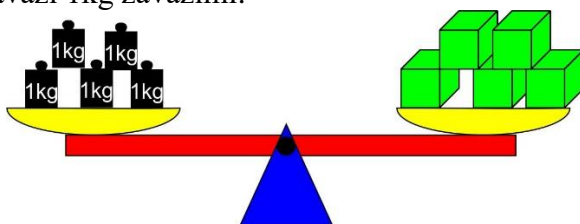
Úloha 1:

Kolik váží krychle? Popiš, jak jsi úlohu řešil.



Řešení:

Vlevo nahradíme 2kg závaží 1kg závažími.



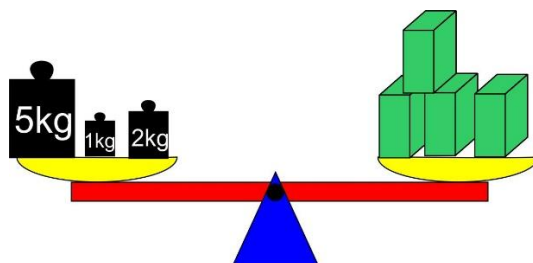


Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

Nyní je vlevo 5 stejných závaží, vpravo 5 stejných kostek. Tedy 1 kostka váží jako jedno závaží a tedy 1 kg.

Komentář: Úlohy na rovnováhu na váhách slouží k propedeutice rovnic. Záměny závaží a předmětů na váhách odpovídá algebraickým úpravám rovnic. Přestože se jedná o učivo především druhého stupně ZŠ, je vhodné již na 1. stupni žáky na řešení rovnic a nerovnic připravovat.

Úloha 2:
Kolik váží kvádr?



Řešení:
Jeden kvádr má hmotnost 2 kg.

Komentář: Žákům, kteří ještě neobjevili přepočít: 4 kvádry váží 8 kg, tedy jeden kvádr váží 2 kg, pomůžeme opět manipulací na váhách: Závaží na levé misce nahrazujeme až dostaneme 4 dvoukilová závaží.

Úloha 3:
Pokud hmotnost kvádrů označíme písmenem x , Předchozí úlohu lze zapsat ve tvaru číselné rovnice:

$$5 + 2 + 1 = x + x + x + x,$$

nebo také

$$5 + 2 + 1 = 4 \cdot x.$$

Zkus provést úpravy s číselnou rovnicí, jako když jsi prováděl výměny závaží na váhách. Urči hodnotu x .

Řešení:
Žáci budou upravovat, až dospějí k rovnici

$$2 + 2 + 2 + 2 = x + x + x + x \quad \text{nebo} \quad 4 \cdot 2 = 4 \cdot x.$$
$$x = 2.$$

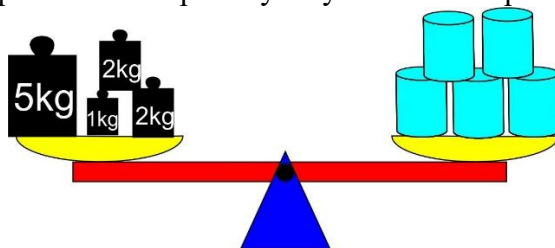
Komentář: Pokračuje příprava na řešení rovnic s prvkem matematizace úlohy. Dochází ke změně jazyka, což je pro některé žáky jednodušší a pro některé obtížnější.

Úloha 4:



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

Urči hmotnost válce. Přepiš do číselné podoby a vyřeš v číselné podobě.



Řešení:

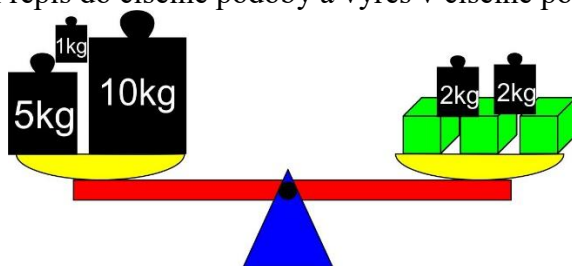
Na levé misce je závaží o celkové hmotnosti 10 kg. Tedy na každý z 5 válců připadá hmotnost 2 kg.

Rovnice: $5 + 1 + 2 + 2 = 5 \cdot x$, a tedy $x = 2$.

Komentář: Pokračuje příprava na řešení rovnic s prvkem matematizace úlohy stále ještě na jednodušších typech rovnic, učitel zváží, kteří žáci již chápou úpravy a mohou přejít dále a kteří ještě budou pracovat stejným postupem.

Úloha 4:

Urči hmotnost krychle. Přepiš do číselné podoby a vyřeš v číselné podobě.



Řešení:

Na levé misce je závaží o celkové hmotnosti 16 kg. Na pravé misce je závaží o hmotnosti 4 kg. Pokud chceme odebrat závaží o celkové stejné hmotnosti z každé misky. Na levé misce nahradíme 5kg a 1kg závaží 3 závaží o hmotnostech 2 kg. Z každé misky odebereme dvě 2kg závaží. Na levé misce zůstane jedno 10kg a jedno 2kg závaží. Na pravé misce zůstanou pouze 3 krychle. Jestliže 3 krychle mají mít hmotnost 12 kg, musí mít jedna krychle hmotnost 4 kg.

Řešení v číselné rovnici:

$$\begin{aligned}5 + 1 + 10 &= 2 + 2 + x + x + x \\2 + 2 + 2 + 10 &= 2 + 2 + x + x + x \\2 + 2 + 2 + 10 &= 2 + 2 + x + x + x \\2 + 10 &= x + x + x \\12 &= 3 \cdot x \\4 &= x.\end{aligned}$$



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

Komentář: Úloha je náročnější v tom, že se závaží vyskytuje na obou miskách. Přibývají další typy algebraických ekvivalentních úprav – odčítání stejného čísla z obou stran rovnice. Navíc ve výsledku je hmotnost krychle 4 kg, což není hmotnost konkrétního závaží.

Úloha 5:

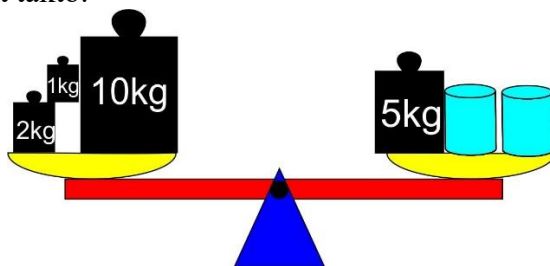
Překresli číselnou rovnici do úlohu na váhy:

$$2 + 1 + 10 = 5 + x + x.$$

Úlohu vyřeš na váhách i číselně.

Řešení:

Obrázek by mohl vypadat takto:



Řešení: $x = 4$

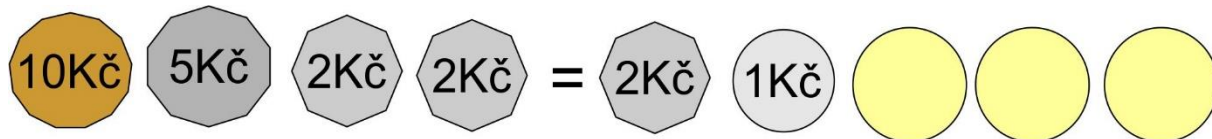
Komentář: Úloha je opačná. Žáci mají z číselné rovnice vytvořit úlohu na váhy. Úloha vede žáky, aby si dobře uvědomili vztah mezi manipulací na váhách a číselnými úpravami v rovnicích.

Rovnice v prostředí Mince

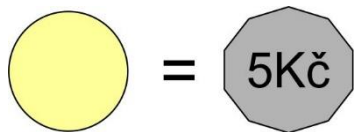
Úlohy v prostředí mince jsou obdobné úlohám v prostředí váhy a navzájem se doplňují. Proto jejich řešení je analogické a již by žáci měli zvládnout přechody mezi „mincovými“ rovnicemi a číselnými rovnicemi.

Úloha 6:

Za barevnými kruhy se skrývají mincemi. Stejná barva kruhu znamená stejnou minci. Urči jaká mince se skrývá za barevným kruhem, aby platila rovnost:



Řešení:



Komentář: Žáci mají již zkušenosti s řešením úloh na váhách. Těchto zkušeností učitel využije při úpravách s mincemi. Výhodou je, že na rozdíl od vah mohou žáci manipulativně

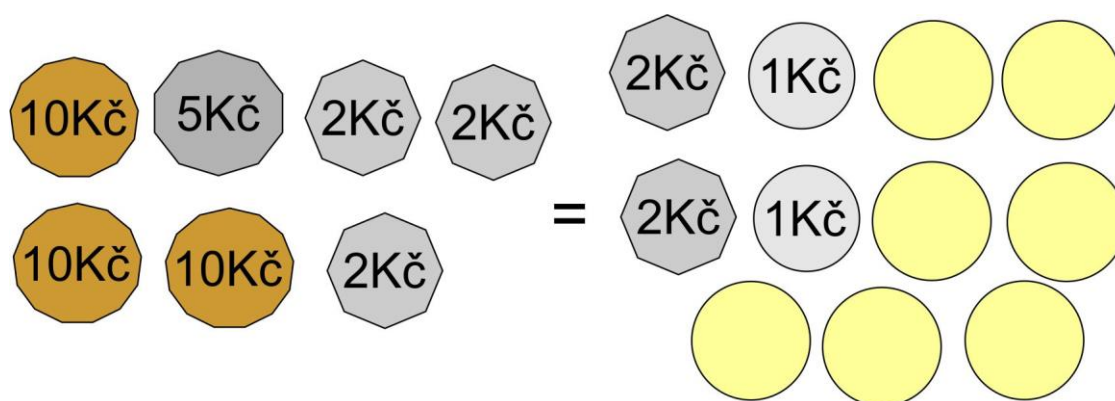


Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

pracovat s modely mincí. Opět se rozvíjejí dovednosti v algebraických úpravách rovnic a nerovnic.

Úloha 7:

Urči, jaká mince se skrývá za barevným kruhem.



Přepiš úlohu do číselné rovnice a vyřeš ji.

Řešení:

Za barevným kruhem se skrývá 5Kč.

Úloha přepsaná do číselné rovnice:

$$10 + 10 + 10 + 5 + 2 + 2 + 2 = 2 + 2 + 1 + 1 + x + x + x + x + x + x + x$$

Tedy lze zjednodušit:

$$41 = 6 + 7 \cdot x$$
$$x = 5$$

Komentář: Učitel nechá žáky vyřešit rovnici s mincemi, zde si již žáci vybírají, zda chtějí řešit manipulativně nebo početně dle svých dovedností. Učitel navede žáky na zjednodušený tvar a řešení zjednodušeného tvaru.

Úloha 8:

Převeď rovnici v číselném vyjádření na mince a vyřeš:

$$24 = 4 + 2 \cdot x.$$

Řešení:

$x = 10$, tedy za barevným kruhem bude 10 Kč.

Komentář: Žáci opět řeší rovnice s pomocí modelování mincemi.

Úloha 9:

Myslím si číslo. Jeho dvojnásobek zvětšený o 5 je 25. Které číslo si myslím?

Vyřeš a poté úlohu převeď na číselný tvar.

Řešení:

Myslím si číslo 10. Dvojnásobek hledaného čísla je 20.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

Číselný tvar: $2 \cdot x + 5 = 25$.

Komentář: Žáci řeší slovní úlohu, která vede k řešení rovnice uvedené v číselném tvaru. V případě potřeby učitel navede žáky na zápis rovnice v číselném tvaru.

Úloha 10:

Myslím si číslo. Jeho trojnásobek zvětšený o 3 je 18. Které číslo si myslím?

Vyřeš a poté úlohu převed' na číselný tvar.

Z číselného tvaru převed':

a) na mince, b) na váhy.

Všechny úlohy „Myslím si číslo“, „Mince“ a „Váhy“ postupně vyřeš a porovnej postupy řešení jednotlivých úloh mezi sebou.

Řešení:

Hledané číslo je 5.

Komentář: Žáci řeší slovní úlohu, kterou převedou do různých prostředí. Řešením úlohy v různých prostředích si upevňují postupy při algebraických úpravách rovnic. Slabší žáci mají vždy možnost využití příslušného modelu k řešení úlohy.

Teoretická východiska aktivity:

Etapizace poznávacího procesu

Hejný, 2014, Vyučování aritmetice orientované na budování schémat, Praha, PedF UK.

Hejný, Krpec, 2013, Alternativní koncepce výuky aritmetiky v primárním vzdělávání, Ostrava, PdF OU.

Učebnice:

Čížková, M., 2015. Pracovní sešity, Matematika pro 5. ročník ZŠ. Praha, SPN.

Vacková a kol., 2015. Učebnice, Matematika pro 5. ročník ZŠ. Praha, SPN.

Justová, 2018. Učebnice, pracovní sešity, Matematika pro 5. ročník ZŠ. Praha, ALTER.

Hejný a kol., 2007 – 2011, Učebnice, pracovní sešity, příručky učitele, Matematika pro 1. – 5. ročník ZŠ, Plzeň, Fraus.

Zpracoval: RNDr. Radek Krpec, Ph.D.



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

ZPRACOVÁNÍ EDUKAČNÍ AKTIVITY 19

Název aktivity: **Propedeutika kombinatoriky**

Obsah aktivity: Příprava dovedností potřebných k řešení úloh z oblasti kombinatoriky.

Cíl aktivity: Vybudování dovedností potřebných k řešení úloh z kombinatoriky za pomoci manipulace a budování schopnosti organizace postupů, objektů a jednotlivých řešení.

Doba trvání aktivity: 2-3 vyučovací hodiny (nebo zařazení postupně do více hodin, aby hodiny nebyly jednotvárné a žáci měli motivaci).

Věková kategorie nebo třída: 4.

Potřebné pomůcky: kostky, pastelky, psací pomůcky

Postup realizace aktivity:

Úloha 1:

Zjistěte kolik různých věží lze postavit z jedné modré a:

- a) jedné červené krychle,
- b) dvou červených krychlí,
- c) tří červených krychlí,
- d) čtyř červených krychlí,
- e) pěti červených krychlí,
- f) deseti červených krychlí.

Řešení:



obdobně určíme c) 4 možnosti, d) 5 možností, e) 6 možností, f) 11 možností.

Komentář: Při řešení kombinatorických úloh hraje důležitou roli pro žáky naučit se organizovat řešení tak, aby na žádné řešení nezapomněli. Proto je vhodné, aby učitel navrhnul žákům, aby svá řešení nějak uspořádali.

Úloha 2:

Zjistěte kolik různých čísel lze sestavit z jedné pětky a:



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

- a) jedné osmičky,
- b) dvou osmiček,
- c) tří osmiček,
- d) čtyř osmiček,
- e) pěti osmiček,
- f) deseti osmiček.

Řešení:

- a) 58, 85 b) 588, 858, 885, c) 5888, 8588, 8858, 8885,
d) 58888, 85888, 88588, 88858, 88885,
analogicky e) 6 možností, f) 11 možností.

Komentář: Úloha je analogická s úlohou 1. je pro žáky důležité naučit se organizovat řešení tak, aby na žádné řešení nezapomněli. Úlohu může učitel doplnit o dodatek seřad'te čísla v každé úloze od nejmenší po největší nebo naopak.

Analogicky lze zadat úlohu na seřazování 1 žlutého a 1 červeného autíčka, 2 červených autíček, ..., do řady za sebou.

Úloha 3:

Kolik různých čísel lze sestavit z číslic 2, 5 a 7, jestliže každou použijeme pouze jednou?
Nalezená čísla seřad'te od nejmenšího k největšímu.

Řešení:

257, 275, 527, 572, 725, 752.

Komentář: Úloha je opět zaměřena naučit žáky organizovat řešení tak, aby na žádné řešení nezapomněli.

Úloha 4:

Zjistěte, kolika způsoby se v tabulce se dvěma řádky dá přechíst jméno

- a) Míla; b) Erben; c) Jirásek; d) Karel Čapek

M	Í	L		E	R	B	E		J	I	R	Á	S	E
Í	L	A		R	B	E	N		I	R	Á	S	E	K

K	A	R	E	L	Č	A	P	E
A	R	E	L	Č	A	P	E	K

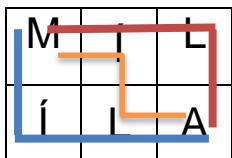


EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



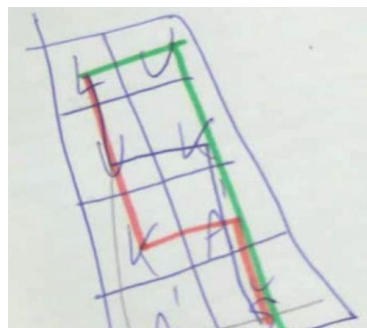
Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

Řešení:



Míla – 3 řešení.

Obdobně najdeme řešení u ostatních jmen: Erben – 4, Jirásek – 6, Karel Čapek – 9.
Ukázka žakovských řešení analogických úloh



Komentář: Učitel doporučí žákům, aby si jednotlivé cesty značili barevnými pastelkami. Doporučí žákům, aby se snažili značit postupně tak, aby na žádné řešení nezapomněli. Úloha je opět zaměřena naučit žáky organizovat řešení tak, aby na žádné řešení nezapomněli. Úloha je první ze série úloh, které budou žáky připravují na Pascalův trojúhelník, který přijde až ve vyšších ročnících.

Úloha 5:

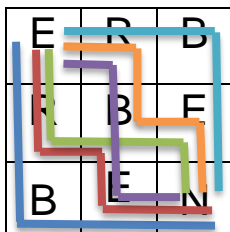
Zjistěte, kolika způsoby se v tabulce se třemi řádky dá přečíst jméno

a) Erben; b) Johana; *c) Klement.

E	R	B
R	B	E
B	E	N

J	O	H	A
O	H	A	N
H	A	N	A

Řešení:





EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

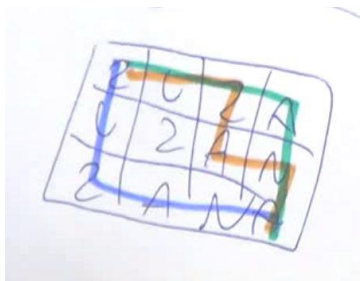


Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

Podobně u jména Johana bude 10 cest, u Klementa bude 15 cest

Komentář: Učitel opět doporučí žákům, aby si jednotlivé cesty značili barevnými pastelkami. Úloha je opět zaměřena naučit žáky organizovat řešení tak, aby na žádné řešení nezapomněli. Úloha je další ze série úloh, které budou žáky připravují na Pascalův trojúhelník, který přijde až ve vyšších ročnících. Učitel se rozhodne dle dovedností žáků, zda zadá žákům pouze první úlohu nebo obě dvě a popř. pro nadanější žáky přidá i třetí úlohu, která je podstatně náročnější na organizaci.

Ukázka žakovských řešení analogických úloh



Úloha 6:

Kolika způsoby lze zaplatit 49 Kč pomocí dvoukorunových a pětikorunových mincí?

Řešení:

Částka	49 Kč	49 Kč	49 Kč	49 Kč	49 Kč
Počet 2 Kč	2	7	12	17	22
Počet 5 Kč	9	7	5	3	1

Komentář: Úloha patří mezi úlohy na neurčité rovnice. Úlohy tohoto typu patří mezi úlohy kombinatorického typu. Žáci hledají počet možných řešení. Důležité je, aby se opět žáci naučili najít systém v hledání všech řešení. Učitel navrhne žákům, aby si všechna řešení zaznamenávali do tabulky.

Úloha 7:

Hanka má čtyři sukýnky (červenou, zelenou, modrou a žlutou) a tři halenky (růžovou, oranžovou a tyrkysovou). Kolik různých kombinací oblečení mohla vytvořit?



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

Řešení:

	sukně	sukně	sukně	sukně
halenka	halenka sukně	halenka sukně	halenka sukně	halenka sukně
halenka	halenka sukně	halenka sukně	halenka sukně	halenka sukně
halenka	halenka sukně	halenka sukně	halenka sukně	halenka sukně

Komentář: Úloha patří mezi základní úlohy kombinatorického typu. Jedná se o úlohu na pravidlo součinu. Přestože je tato úloha řešena již na prvním stupni a je spojována s operací násobení. Na toto pravidlo součinu žáci většinou zapomenou, než dojdou do vyšších tříd ZŠ a gymnázií, kdy se kombinatorice intenzivněji věnují. Proto by tyto typy úloh měly být zařazovány po celou dobu učení až do doby, kdy se kombinatorice věnují intenzivně. V případě, že žáci sami nepřijdou na možnost záznamu do tabulky, učitel je vhodným způsobem navede.

Teoretická východiska aktivity:

Etapizace poznávacího procesu

Hejný, 2014, Vyučování aritmetice orientované na budování schémat, Praha, PedF UK.

Hejný, Krpec, 2013, Alternativní koncepce výuky aritmetiky v primárním vzdělávání, Ostrava, PdF OU.

Učebnice:

Ausbergerová a kol., 2014. Učebnice, pracovní sešity, Matematika pro 4. ročník ZŠ. Praha, SPN.

Blažková a kol., 2018. Učebnice, pracovní sešity, Matematika pro 4. ročník ZŠ. Praha, ALTER.

Hejný a kol., 2007 – 2011, Učebnice, pracovní sešity, příručky učitele, Matematika pro 1. – 5. ročník ZŠ, Plzeň, Fraus.

Zpracoval: RNDr. Radek Krpec, Ph.D.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

ZPRACOVÁNÍ EDUKAČNÍ AKTIVITY 20

Název aktivity: **Propedeutika pravděpodobnosti a práce s daty**

Obsah aktivity: Příprava dovedností potřebných pro rozvoj představ o pravděpodobnosti a pro práci s daty

Cíl aktivity: Budování prvních představ o náhodě a pravděpodobnosti. Úvod do budování schopností efektivního zpracování dat.

Doba trvání aktivity: 3-4 vyučovací hodiny (nebo zařazení postupně do více hodin, aby hodiny nebyly jednotvárné a žáci měli motivaci).

Věková kategorie nebo třída: 5.

Potřebné pomůcky: plastové mince, hrací kostky, **pastelky, psací pomůcky**

Postup realizace aktivity:

Úloha 1:

Házejte mincí. Výsledky zaznamenávejte do tabulky. Hod'te alespoň dvacetkrát.

Líc	
Rub	

Určete, co padlo častěji. Porovnejte výsledky s ostatními žáky.

Řešení:

Např.

Líc	//////////
Rub	//////////

Líc padl častěji.

Komentář: Při porovnání s ostatními žáky zjišťují, že u někoho padnul vícekrát líc a u někoho rub. Žáci zjišťují, že není jednoznačné, co má padnout.

Úloha 2:



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

Zaznačte výsledky všech žáků do jedné tabulky a určete, kolikrát padnul líc a kolikrát rub.

Řešení:

Např.

	Žák 1	Žák 2	Žák 3	Žák 4	Žák 5	Žák 6	Žák 7	Žák 8	...	Celkem
Líc	11	12	6	13	11	9	5	12	...	
Rub	9	8	14	7	9	11	15	8	...	

Komentář: Žáci postupně zjišťují, že i když počet pokusů roste, tak rozdíl mezi počtem líců a rubů neroste a navíc kolísá. Postupně se buduje představa, že šance na padnutí líce a rubu je přibližně stejná. Učitel může nejdříve dát žákům, aby si tabulku zpracovali po skupinkách a teprve potom jako další úlohu všichni dohromady. Žáci tak lépe uvidí, jak se šance postupně vyrovnávají.

Úloha 3:

Vezmi hrací kostku a hod' třicet krát hrací kostkou. Výsledky zaznamenej do tabulky.

Počet ok	Počet padnutí
1	
2	
3	
4	
5	
6	

Řešení:

Např.

Počet ok	Počet padnutí
1	2
2	7
3	9
4	4
5	3
6	5

Komentář: Při porovnání se sousedy žáci zjišťují, že výsledky se velmi liší. Žáci mohou mít dojem, že kostky se liší. Proto je vhodné úlohu připravit tak, aby si třeba po pěti hodech mezi sebou kostky měnili.

Úloha 4:



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

Sečtete výsledky z úlohy 3 od všech žáků do jedné tabulky.

Řešení:

Např. pro 20 žáků

Počet ok	Počet padnutí
1	112
2	94
3	96
4	93
5	98
6	107

Komentář: Žáci opět zjišťují skutečnost, že přestože počet pokusů výrazně roste, rozdíly mezi výsledky se nezvyšují a různě oscilují. Učitel opět může navrhnout, aby žáci nejdříve pracovali ve skupinkách a až v další etapě dali všechny výsledky do jedné tabulky.

Úloha 5:

Vezmi dvě hrací kostky. Hod' jimi a sečti výsledky hodu. Výsledek zaznamenej do záznamového archu (příloha 1) tak, že vybarvíš nejnižší nevybarvené pole nad číslem, které je rovno tvému součtu.

Např.

Před

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

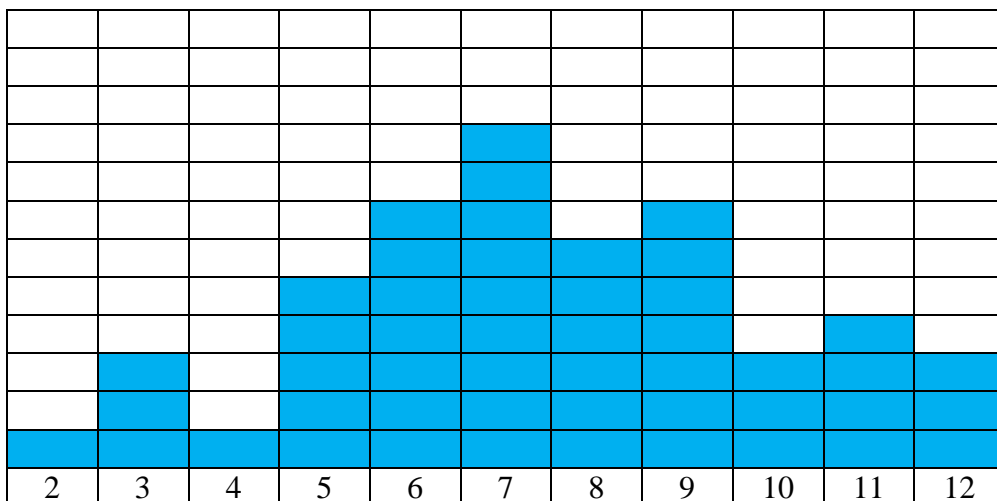
hodem

Hodím 2 a 5, součet je 7, vybarvím další pole odspodu nad číslem 7.

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16 11/0000660

Řešení:
Např.



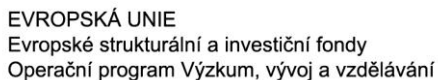
Komentář: Úloha rozvíjí dvě oblasti matematického myšlení. První je opět práce s náhodou. Na úvod může učitel s žáky diskutovat na téma, jak asi bude obrazec v tabulce nad čísly vypadat. Pak nechá žáky, aby provedli záznamy, Tady opět může nechat provádět záznamy i ve skupinkách. A pak proběhne opět důležitá diskuze na shrnutí, co výsledky odhalily, kdo z žáků takový výsledek očekával a jaký je důvod tohoto výsledku. Další oblastí je seznámení žáků se (statistickým) záznamem výsledků do grafu, který se jmenuje sloupcový graf, protože výška sloupce uvádí, jak často dané číslo jako součet padlo.

Úloha 6:

Pracujte ve skupinkách. Vezměte tři mince a hod'te. Výsledek zaznamenej do záznamového archu (příloha 2) tak, že vybarvíš nejnižší nevybarvené pole nad trojicí odpovídající tvému výsledku. Na pořadí mincí nezáleží.

Řešení:
Např.

[illegible]



Úloha 7:

Pokus proveďte ve skupinách alespoň stokrát a opět zaznamenejte do záznamového archu (příloha 3).

Řešení:

Např. část

[illegible]



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



***Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660***

Komentář: Úloha opět rozvíjí dvě oblasti matematického myšlení. První je opět práce s náhodou. Na úvod může učitel s žáky diskutovat na téma, jak asi bude obrazec v tabulce nad čísly vypadat. Pak nechá žáky, aby provedli záznamy, Tady opět může nechat provádět záznamy i ve skupinkách. A pak proběhne opět důležitá diskuze na shrnutí, co výsledky odhalily, kdo z žáků takový výsledek očekával a jaký je důvod tohoto výsledku. Žáci se poprvé setkávají s propedeutikou Pascalova trojúhelníku. Další oblastí je opět práce žáků se (statistickým) záznamem výsledků do grafu.

Teoretická východiska aktivity:

Etapizace poznávacího procesu

Hejný, 2014, Vyučování aritmetice orientované na budování schémat, Praha, PedF UK.

Hejný, Krpec, 2013, Alternativní koncepce výuky aritmetiky v primárním vzdělávání, Ostrava, PdF OU.

Učebnice:

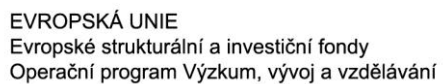
Čížková, M., 2015. Pracovní sešity, Matematika pro 5. ročník ZŠ. Praha, SPN.

Vacková a kol., 2015. Učebnice, Matematika pro 5. ročník ZŠ. Praha, SPN.

Justová, 2018. Učebnice, pracovní sešity, Matematika pro 5. ročník ZŠ. Praha, ALTER.

Hejný a kol., 2007 – 2011, Učebnice, pracovní sešity, příručky učitele, Matematika pro 1. – 5. ročník ZŠ, Plzeň, Fraus.

Zpracoval: RNDr. Radek Krpec, Ph.D.

[illegible]



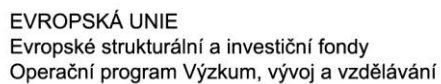
EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

Příloha 2: k úloze 6

líc líc líc	líc líc rub	líc rub rub	rub rub rub



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

Příloha 3: k úloze 7

[illegible]

Toto dílo podléhá licenci Creative Commons Uveďte původ 4.0 Mezinárodní.
Pro zobrazení licenčních podmínek navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>