

CFD simulace a analýza dat v BIM modelech (338-0401/01)

STUDIJNÍ MATERIÁL CZ

Autor: doc. Ing. Marian Bojko, Ph.D



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Projekt: Technika pro budoucnost 2.0

Registrační číslo: CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_058/0010212

VŠB TECHNICKÁ
UNIVERZITA
OSTRAVA

FAKULTA
STAVEBNÍ

Cíle předmětu vyjádřené dosaženými dovednostmi a kompetencemi

V rámci předmětu se studenti seznámí s matematickým modelováním proudění tekutin včetně přestupu tepla kondukcí a konvekcí s využitím metody konečných objemů (MKO). V rámci problematiky přenosu základních veličin budou studenti schopni definovat základní bilanční rovnice (rovnice přenosu hmoty, hybnosti a energie). Teoretické znalosti z oblasti matematického modelování přenosových jevů budou doplněné o zkušenosti s praktickou tvorbou 3D modelů výpočetních oblastí včetně tvorby výpočetní sítě k aplikaci MKO. Následně studenti budou schopni vytvořit matematický model prostupu tepla různými stavebními konstrukcemi, které budou charakterizovány materiály o odlišných fyzikálních vlastnostech a problém následně vyřešit. Dále studenti budou schopni definovat matematický model turbulentního proudění a aplikovat na problematiku vzduchotechniky v místnosti, budově případně výrobní hale.

Anotace

Předmět je zaměřen na možnosti numerického modelování proudění s přenosem tepla (kondukcí, konvekcí) včetně tvorby výpočetní sítě pro problematiku spojené se stavebními konstrukcemi a výpočtem jejich tepelného namáhání. Další problematikou je oblast vnitřní aerodynamiky tzn. proudění plyných látek ve vnitřních prostorech budov a staveb s přenosem tepla nebo bez přenosu tepla. Studenti si rozšíří teoretické znalosti v oblasti přenosu tepla, hmotnosti a hybnosti při proudění. Pro řešení soustavy rovnic popisujících proudění bude využita metoda konečných objemů (MKO). Metoda bude zaměřena zejména na řešení vedení (kondukcí) tepla různými stavebními konstrukcemi, které budou definovány odlišnými materiálovými vlastnostmi. Dále bude (MKO) aplikována na problematiku proudění vzduchu v uzavřené místnosti, a tedy řešení vzduchotechniky. Pro praktické aplikace příkladu (MKO) se využívá software ANSYS-Fluent. Numerické simulace v rámci předmětu budou realizovány na BIM modelech. K případné úpravě geometrie se v prostředí software ANSYS využívá program DesignModeler a k tvorbě výpočetní sítě programy ANSYS Meshing a Fluent Meshing.



Toto dílo podléhá licenci [Creative Commons Uveďte původ 4.0 Mezinárodní License](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

Obsah

1. Úvod.....	5
2. Fyzikální vlastnosti látek	6
3. Definice přenosu	9
3.1. Bilanční rovnice přenosu	13
4. Geometrie, výpočetní síť	14
5. Přenos tepla kondukcí (vedení tepla).....	15
6. Řešení vedení tepla ve stavební konstrukci s využitím CFD (ANSYS Fluent)	16
7. Přenos hmoty, hybnosti a energie.....	19
8. Turbulence	20
9. Základní rovnice dvourovnicového $k - \varepsilon$ modelu	21
10. Řešení turbulentního proudění v místnosti s využitím CFD (ANSYS Fluent)...	22
11. Literatura.....	26

1. Úvod

Tato skripta jsou určena zejména pro posluchače připravovaného navazujícího magisterského studijního programu BIM inženýring na Fakultě stavební. Ale kromě toho jsou skripta pro všechny magisterské a doktorské studijní programy napříč fakultami. Studenti se seznámí se základy numerického modelování přenosových jevů spojených s přenosem tepla. V další fázi se studenti budou zabývat přenosem hmoty a hybnosti (momentu) a to při laminárním a turbulentním proudění. Učební opora úzce souvisí s rozvojem nových vědních oborů, které získávají uplatnění v různých aplikacích energetiky, hydromechaniky a nově i ve stavebnictví. Tato skripta poukazují zejména na možnosti využití CFD modelů v oblasti stavebnictví.

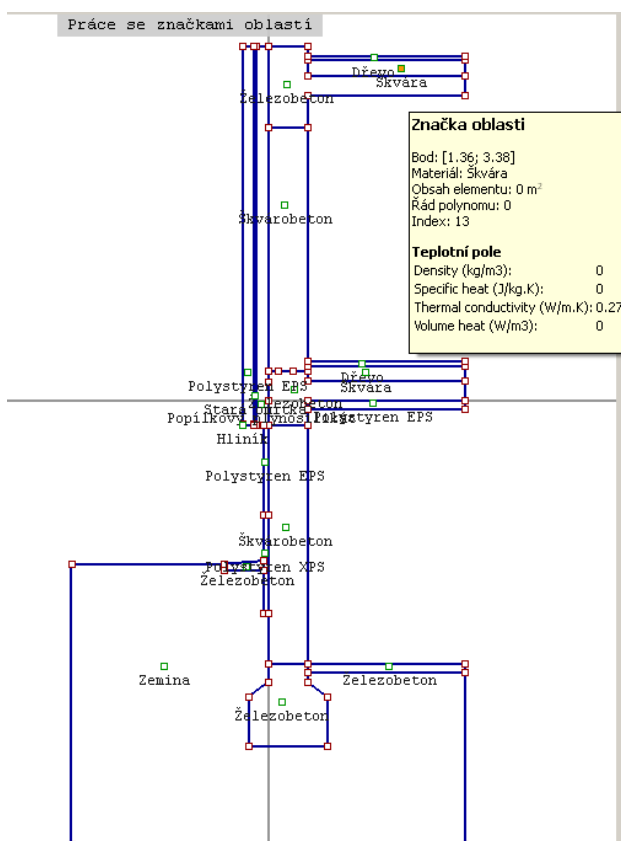
Obecně CFD modelování mnoha fyzikálních jevů je úzce spojeno s modelováním určité formy pohybu matematickými prostředky. Pohyb tekutin je spojen s řešením nejrůznějších problémů, jako jsou:

- laminární a turbulentní proudění v zjednodušených 2D i složitých 3D geometriích
- stlačitelné a nestlačitelné proudění
- stacionární, nestacionární a přechodové proudění
- přenos tepla, přirozená a smíšená konvekce, radiace včetně přenosu chemické příměsi a chemických reakcí
- vícefázové proudění, včetně fázové změny

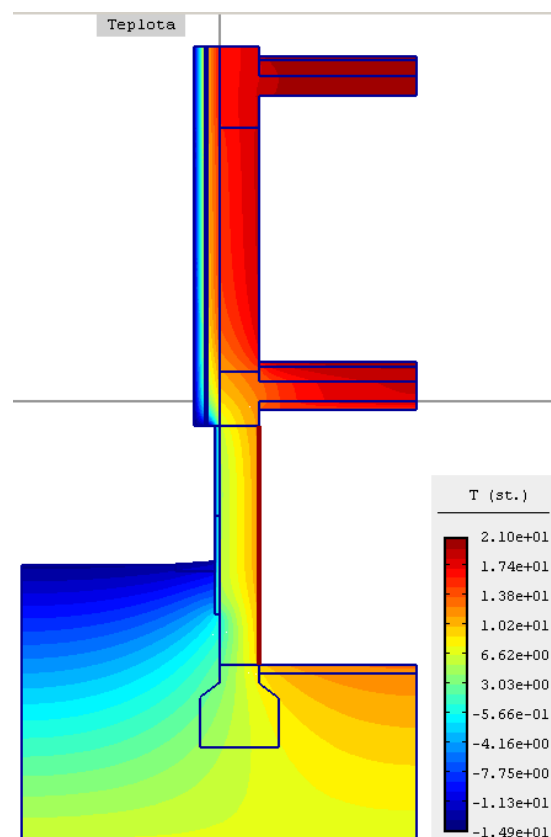
Matematický model spočívá v definici rovnic popisujících výše uvedené děje. Jedná se o soustavu parciálních diferenciálních rovnic, kterou je nutné řešit numerickými metodami např. metoda konečných objemů. Jejich využívání je podmíněno rozšířením znalostí z oblasti proudění, turbulence, numerických metod, výpočetní techniky. K řešení proudění je možno využít komerční programové systémy, jako je ANSYS – Fluent a další. V první fázi je nutné sestavit správný výpočtový model. Následně je nutné pro daný model najít všechny vstupní údaje, což nejčastěji představují okrajové podmínky a informace o proudícím médiu, tzn. jeho fyzikální vlastností. Následně okrajové podmínky a matematický model aplikovat na danou geometrii (model). Poté se provede numerický výpočet a v poslední fázi následuje postprocessing, tzn. analýza CFD výsledků.

Jednotlivé kapitoly obsahují část teoretickou a část praktickou, které se podle potřeby prolínají. Teoretická část obsahuje nezbytné pojmy, které budou využity při modelování. V praktické části jsou specifikovány příklady se zaměřením do problematiky stavebnictví, jako je přestup tepla (sdílení tepla) pevnou stěnou a proudění vzduchotechniky v místnosti.

Pro názornost numerické řešení vedení tepla ve stavební konstrukci (Obr. 1.1) je znázorněno na Obr. 1.2.



Obr. 1.1 – Geometrie výpočetní oblasti [1]



Obr. 1.2 – Výsledné teplotní pole ve stavební konstrukci [1]

2. Fyzikální vlastnosti látek

Každá látka se skládá z molekul, které existují v daném prostředí, mohou se i pohybovat. Toto prostředí se ale neuvažuje jako diskrétní prostředí na úrovni molekul. Tedy má molekulovou strukturu, ale není vždy optimální zahrnout tuto molekulovou strukturu do modelu. Úmyslné vypuštění molekulové struktury je známé jako hypotéza o spojitém prostředí, kdy molekulová struktura tekutin je nahrazena množinou vlastností jako hustota, tlak, teplota a rychlost, které jsou definovány v bodech tekutiny (velmi malých objemech) a spojitě se mění při přechodu od jednoho k druhému objemu. Tyto vlastnosti jsou tedy popsány spojitými funkcemi polohy a času. Bylo dokázáno, že tento přístup může nahradit v určitém smyslu řešení problému na molekulové úrovni.

Základními fyzikálními vlastnostmi jsou hustota a viskozita. V případě řešení problematiky přenosu tepla je nutné uvažovat s měrnou tepelnou kapacitou, tepelnou vodivostí, teplotní vodivostí, součinitelem přestupu tepla, a další.

Hustota je rovna poměru hmotnosti elementární částice látky dm k jejímu elementárnímu objemu dV dle následujícího vztahu

$$\rho = \frac{dm}{dV} \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}] \quad (2.1)$$

Hustota pevných látek a kapalin se mění s tlakem a teplotou jen nepatrně a ve většině výpočtů bude považována za konstantní $\rho = konst.$ V případech plynů je hustota funkcí tlaku a teploty definována pomocí stavové rovnice ideálního plynu následujícím vztahem

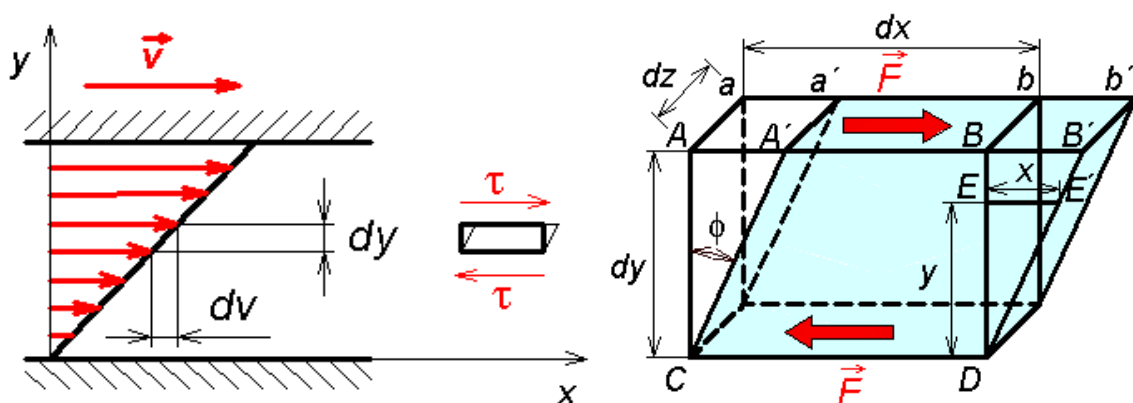
$$pV = mrT \Rightarrow \frac{p}{\rho} = rT \quad (2.2)$$

Viskozita se projevuje za pohybu skutečných kapalin. Pohybují-li se sousední vrstvy kapaliny různými rychlostmi, vzniká na jejich rozhraní smykové napětí, které brání pohybu. Tečné (smykové) napětí je vyvoláno vnitřním třením neboli viskozitou tekutiny. Je úměrné změně rychlosti ve směru kolmém na směr pohybu podle Newtonova vztahu

$$\tau = \eta \frac{dv}{dy} \quad [\text{Pa}] \quad (2.3)$$

kde η je dynamická viskozita (vazkost) a $\frac{dv}{dy}$ je gradient rychlosti ve směru kolmém na směr pohybu.

Smykové napětí způsobuje úhlovou deformaci elementárního objemu tekutiny viz Obr. 2.1.



Obr. 2.1 – Smykové napětí při laminárním proudění

Kinematická viskozita dána podílem dynamické viskozity a hustoty podle následujícího vztahu

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \quad [\nu] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^3}{\text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{kg}} = \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1} \quad (2.4)$$

Jednotka dynamické viskozity η je [Pa.s]. Kinematická viskozita je dána podílem dynamické viskozity a hustoty s jednotkou [$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$]. Důležitá jednotka kinematické viskozity v soustavě technické je Stokes, pro níž platí $1\text{S} = \text{cm}^2 \cdot \text{s}^{-1} = 10^{-4} \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.

Měrná tepelná kapacita je definována jako množství tepelné energie požadované ke zvýšení teploty o 1°C množství 1 kg látky.

$$c = \frac{dQ}{m dT} \quad [\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}] \quad (2.5)$$

Tepelná vodivost λ závisí na druhu materiálu a mění se s teplotou. Vyjadřuje závislost mezi hustotou tepelného toku a teplotním gradientem pomocí následujícího vztahu.

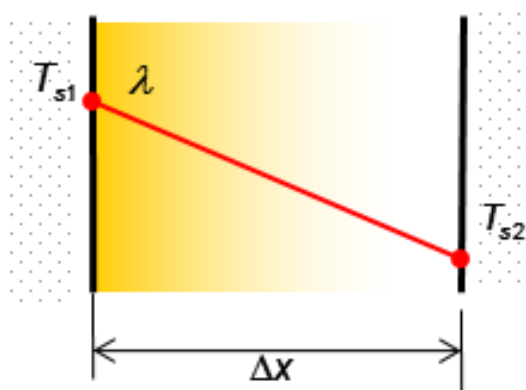
$$q = -\lambda \nabla T \quad (2.6)$$

Teplo Q [J] (nesprávně užívaný termín tepelná energie) je část vnitřní energie, kterou systém vymění (tj. přijme nebo odevzdá) při styku s jiným systémem, aniž by přitom docházelo ke konání práce. Výměna tepla mezi systémy za jednotku času definuje tepelný výkon P [$\text{J}\cdot\text{s}^{-1} = \text{W}$]. Teplo procházející plochou určuje tzv. tepelný tok viz Obr. 2.2. Hustota tepelného toku (měrný tepelný tok) je množství tepla, které projde plochou za jednotku času.

Základním zákonem šíření tepla je Fourierův zákon, který udává vztah mezi tepelným tokem q a teplotním gradientem $\text{grad } T$

$$q = \frac{dQ}{dSdt} = \frac{dP}{dS} = -\lambda \text{ grad}(T) \text{ [J}\cdot\text{s}^{-1}\text{m}^{-2}=\text{W}\cdot\text{m}^{-2}] \quad (2.7)$$

kde λ [$\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$] je tepelná vodivost, která závisí na druhu materiálu a teplotě. Záporné znaménko na pravé straně rovnice vyjadřuje skutečnost, že hustota tepelného toku a teplotní gradient mají jako vektory opačný smysl (teplo se šíří ve směru klesající teploty).



Obr. 2.2 – Vedení tepla stěnou

Při přenosu tepla vedením je **teplotní vodivost** definovaná dle vztahu

$$a = \frac{\lambda}{c_p \rho} \quad [\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}] \quad (2.8)$$

Součinitel přestupu tepla stěnou je veličina definovaná rovnicí

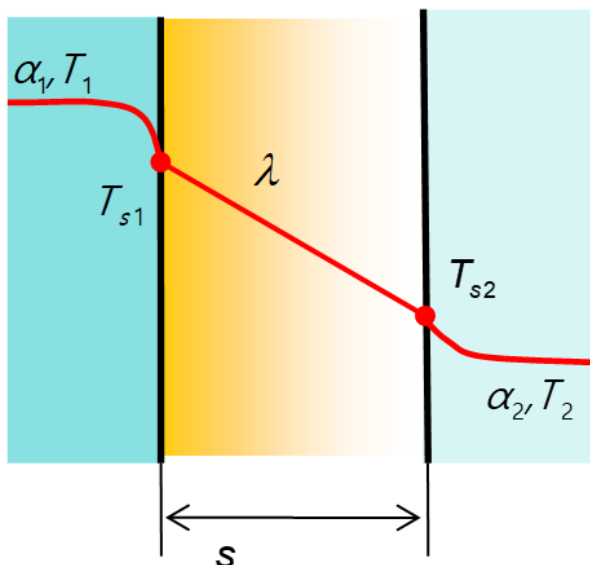
$$\alpha = \frac{q}{T_{\text{wall}} - T_{\text{ref}}} \quad [\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}] \quad (2.9)$$

kde q je kovektivní tok tepla, T_{wall} je teplota stěny a T_{ref} je referenční teplota, která by měla být reprezentativní pro daný problém.

Prostup tepla rovinnou obtékanou stěnou

Nejjednodušším případem prostupu tepla je stacionární prostup tepla homogenní neomezenou izotropní rovinnou stěnou viz Obr. 2.3. Podmínkou však je, aby se

tekutina obklopující stěnu z obou stran výrazněji nepohybovala a nedocházelo tak ke sdílení tepla prouděním.



Obr. 2.3 – Prostup tepla stěnou

Pro výpočet hustoty tepelného toku v tomto případě platí základní vztah

$$q = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{s}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} (T_2 - T_1) = k(T_2 - T_1) \quad [\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}] \quad (2.10)$$

kde α_1 a α_2 představují součinitele přestupu tepla na rozhraní stěn a tekutiny, T_1 a T_2 představují teploty obou stěn obklopující tekutinu a s je tloušťka stěny. Tento způsob není možné použít u stěn složených a geometricky nepravidelných.

Součinitel prostupu tepla k [$\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$] charakterizuje přenos tepla z jedné pracovní látky do druhé přes pevnou překážku. V koeficientu prostupu tepla je zahrnuta tepelná vodivost λ pevných stěn, které oddělují obě tekutiny a dále koeficient přestupu tepla α pro rozhraní mezi pevnou stěnou a oběma tekutinami. Stanovení tepelné vodivosti je relativně snadné, protože je pouze materiálová vlastnost. Koeficient přestupu tepla je však závislý jak na materiálových vlastnostech proudící tekutiny, tak i na charakteru proudění v okolí pevné stěny.

Podrobnější informace jsou k dispozici v literatuře [2], [5], [6].

3. Definice přenosu

Přenos hmoty, hybnosti, energie a dalších vlastností rozlišujeme na úrovni různých délkových měřítek – makroskopická měřítko (částice) a mikroskopická měřítko (molekuly). Při makroskopickém Eulerovském přístupu je nutno určit pole rychlosti. Přenos částic tekutiny přes plochu se nazývá konvektivní přenos.

- **Na makroskopické úrovni** se matematicky popisuje, jak se mění hmotnost, hybnost, a energie celého systému v důsledku vstupních a výstupních proudů a různých dalších vstupů do systému z okolí. Při studiu inženýrského nebo biologického systému je dobré začít tento makroskopický popis s cílem provést

globální posouzení problému; v některých případech je postačující pouze tento celkový pohled (např. potrubní systémy – Bernoulliho rovnice).

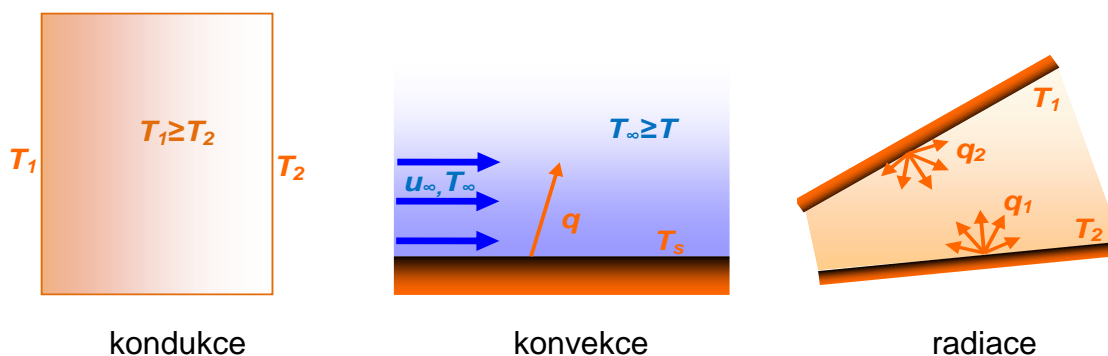
- **Na mikroskopické úrovni** se zkoumá, co se děje se směsí tekutin v malé oblasti uvnitř zařízení. Vytvoří se soustava rovnic zvaná "rovnice změny", která popisuje změnu hmotnosti, hybnosti a energie v této malé oblasti. Cílem je získat informace o profilech rychlosti, teploty, tlaku a koncentrace v systému (např. uvnitř výměníku, ventilu atd.). Pak ale pro pochopení některých procesů mohou být vyžadovány podrobnější informace.
- **Na molekulární úrovni** je snahou pochopit základní mechanismy hmoty, hybnosti, např. molekulární strukturu a mezimolekulární síly. Obecně se jedná o oblast teoretické fyziky nebo fyzikální chemie, ale občas inženýři a aplikovaní vědci musí pracovat na této úrovni. To platí zejména v případě, že studované procesy zahrnují složité molekuly, extrémní rozsahy teplot a tlaků nebo chemicky reagující systémy. Přenos, který je definován na úrovni molekul se nazývá difúzní přenos.

Tedy každá látka se skládá z molekul, které existují v daném prostředí, mohou se i pohybovat. Ale jak již bylo řečeno, ale není vždy optimální zahrnout tuto molekulovou strukturu do matematického modelu. Úmyslné vypuštění molekulové struktury je známé jako hypotéza o spojitém prostředí, kdy molekulová struktura tekutin je nahrazena množinou vlastností jako hustota, tlak, teplota a rychlost. Ty jsou definovány v bodech tekutiny (velmi malých objemech – mikroskopická úroveň) a spojitě se mění při přechodu od jednoho k druhému objemu. Tyto vlastnosti jsou tedy popsány spojitými funkcemi polohy a času. Bylo dokázáno, že tento přístup může nahradit v určitém smyslu řešení problému na molekulové úrovni.

Obdobně, jako je v obecné mechanice zaveden pojem hmotného bodu, vystupuje v úlohách přenosu pojem elementární objem tekutiny a pevné látky. Je to objem velmi malý proti rozměrům proudu kapaliny, ale dostatečně velký vzhledem ke střední délce volné dráhy molekuly. Lze tedy předpokládat, že pro počet molekul obsažených v tomto objemu platí statistické střední hodnoty kinetické teorie.

Velmi ilustrativní je přenos tepla, což je změna tepelné energie z důvodu existence teplotní difference. Avšak teplotní difference existuje v rámci jednoho prostředí (média) nebo mezi médii. Můžeme diskutovat o třech typech přenosu tepla:

- **kondukce**, která se objevuje v pevné látce nebo nepohybující se tekutině s teplotním spádem (gradientem)
- **konvekce**, definovaná mezi povrchem pevné látky a proudící tekutiny, pokud mají odlišné teploty
- **radiace**, vznikající mezi plochami emitujícími energii ve formě elektromagnetických vln



Obr. 3.1 – Kondukce, konvekce a radiace [2]

V komplexní souvislosti je nutné se zabývat nejen přenosem tepla, ale také přenosem hmoty a momentů, tj. zabývat se prouděním plynů a kapalin (tekutin).

Konvektivní přenos Γ_k v určitém bodě průtočné plochy je definován rychlostí, kterou je daná veličina přenášena přes plochu S , v diferenciálním tvaru je definován vztahem

$$d\Gamma_k = \zeta (\vec{u} \cdot \vec{n}) dS \quad (3.1)$$

Kde ζ je obecná veličina (skalár)

dS velikost elementu plochy

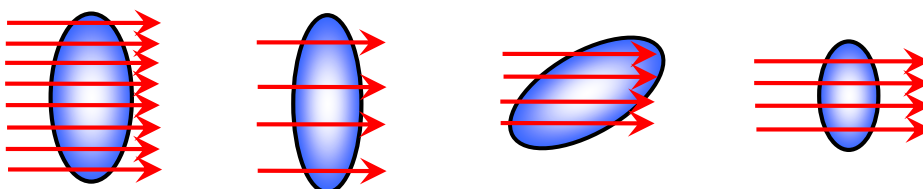
\vec{n} normálový vektor k elementu plochy dS

$(\vec{u} \cdot \vec{n})$ vytvoří normálovou složku vektoru rychlosti k ploše dS

Konvektivní přenos skalární veličiny ζ plochou S je skalár určený plošným integrálem

$$\Gamma_k = \int_S \zeta (\vec{u} \cdot \vec{n}) dS \quad (3.2)$$

Plošný integrál se často nazývá konvektivní integrál toku nebo tok. Výsledkem integrálu, tj. konvektivního transportu je veličina o jednotce $\frac{[\zeta]}{s}$ (např. objemový a hmotnostní průtok) a používá se častěji, než hustota toku definovaná jednotkou $\frac{[\zeta]}{m^2 s}$. Tok lze vizualizovat (Obr. 3.2).



Obr. 3.2 – Velikost toku v závislosti na hustotě vektorového pole, nastavení směru průtočné plochy a její velikosti

Tepelný tok je obecně definován jako

$$\Gamma_K = \int_S h (\vec{u} \cdot \vec{n}) dS \quad (3.3)$$

Kde měrná entalpie h je rovna teplu, které soustava vykoná při změně teploty za konstantního tlaku, pokud se nekonala jiná práce než objemová. Měrná entalpie je vztažena na 1 kg látky.

$$h = U + \frac{p}{\rho} \quad (\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}) \quad (3.4)$$

Kde U je vnitřní měrná energie soustavy ($\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$)

Měrná entalpie pro nestlačitelné médium je definována jako

$$h = \int_{T_{ref}}^T c_p dT + \frac{p}{\rho} \quad (3.5)$$

Měrná entalpie pro ideální plyn je definována jako

$$h = \int_{T_{ref}}^T c_p dT \quad (3.6)$$

Významnou úlohou při přenosu tekutiny je určení toku hybnosti, tj. toku vektoru rychlosti plochou, který je definován jako

$$\vec{\Gamma}_K = \int_S \vec{u} (\vec{u} \cdot \vec{n}) dS \quad (3.7)$$

Difúzní přenos vzniká z mikroskopického pohybu molekul, závisí na orientaci a tvaru plochy a na rozložení vlastnosti v daném bodě. Je užitečné definovat difúzní tok přenosu v daném bodě, který má rozměr transportované veličiny jednotkou plochy za jednotku času. Difúzní přenosy umožňují popsat molekulární přenosové děje pomocí makroskopických veličin. Jedná se o přenosy:

- Fickův zákon difúze hmoty
- Fourirův zákon přenosu tepla
- Newtonův zákon pro tečné napětí ve viskózní tekutině

Difúzní přenos hmoty je dán plošným integrálem

$$\Gamma_D = \int_S (\vec{q}_D \cdot \vec{n}) dS \quad (3.8)$$

Kde \vec{q}_D je hustota toku hmoty.

Difúzní přenos tepla je dán plošným integrálem

$$\Gamma_D = \int_S (\vec{q}_D \cdot \vec{n}) dS \quad (3.9)$$

Kde \vec{q}_D je hustota tepelného toku.

Celkový přenos

Celkový přenos je pak vyjádřen součtem konvektivního a difúzního přenosu

$$\Gamma = \Gamma_K + \Gamma_D \quad (3.10)$$

3.1. Bilanční rovnice přenosu

Fyzikální zákony popisující přenos jsou zákony zachování hmotnosti, hybnosti, tepla případně dalších skalárních veličin. Jsou vyjádřeny rovnicí kontinuity, Navierovými Stokesovými rovnicemi a rovnicí energie v obecné konzervativní formě a popisují laminární i turbulentní režim proudění

$$\iiint_V \frac{\partial(\rho\xi)}{\partial t} dV + \iint_S (\rho\xi\vec{u} \cdot \vec{n}) dS = \iint_S [\alpha_\xi \nabla \xi] dS + \iiint_V S_\xi dV \quad (3.11)$$

$$\text{Akumulace} + \text{konvekce} = \text{difúze} + \text{zdroj}$$

kde ξ je obecná proměnná a členy v rovnici jsou postupně konvektivní, difúzní a zdrojový člen, proto se rovnice nazývá konvekčně – difúzní rovnicí. Rovnici lze vyjádřit i v diferenciálním tvaru s využitím divergenčního teorému, kdy se plošný integrál převede na objemový

$$\begin{aligned} \iint_S (a_x dydz + a_y dxdz + a_z dxdy) &= \iiint_V \left(\frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial a_z}{\partial z} \right) dxdydz \\ &= \iiint_V \nabla \cdot \vec{a} dV \end{aligned} \quad (3.12)$$

Následně rovnice má následující tvar

$$\iiint_V \frac{\partial(\rho\xi)}{\partial t} dV + \iiint_V \nabla \cdot (\rho\xi\vec{u}) dV = \iiint_V \nabla \cdot [\alpha_\xi \nabla \xi] dV + \iiint_V S_\xi dV \quad (3.13)$$

$$\text{Akumulace} + \text{konvekce} = \text{difúze} + \text{zdroj}$$

Protože rovnice platí pro libovolný integrál aplikovaný na libovolný objem, platí i pro výraz pod integrálem

$$\frac{\partial(\rho\xi)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\xi\vec{u}) = \nabla \cdot [\alpha_\xi \nabla \xi] + S_\xi \quad (3.14)$$

$$\text{Akumulace} + \text{konvekce} = \text{difúze} + \text{zdroj}$$

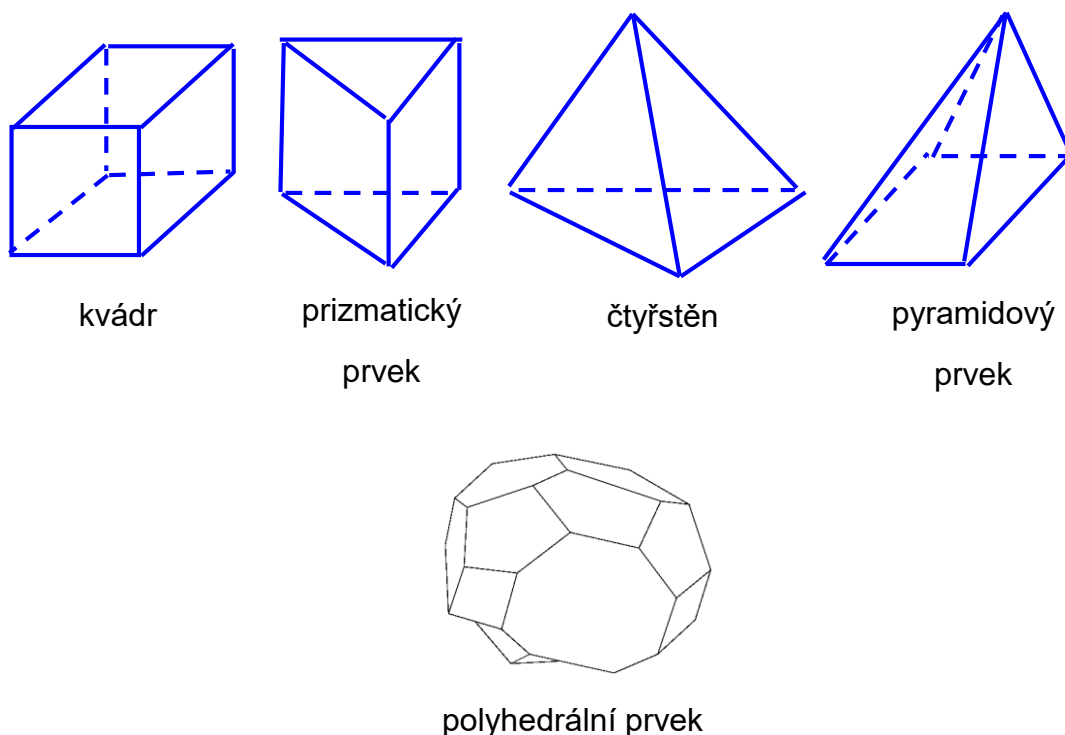
Pokud ξ představuje teplotu, příměs nebo jinou skalární veličinu, pak se jedná o lineární diferenciální rovnici druhého řádu, pokud ξ představuje složku rychlosti, jedná se o nelineární rovnici.

Podrobnější informace jsou k dispozici v literatuře [2].

4. Geometrie, výpočetní síť

Geometrie představuje 2D nebo 3D CAD model, tzn. výpočtový model, ve kterém se realizuje CFD numerický výpočet. Velmi často z hlediska vyšetřování proudění se jedná o „skořápka“ kolem, které je fluidní jádro, tzn. proudící oblast. Takovýto model je typický pro CFD numerické výpočty proudění bez přenosu tepla. V případech, kdy chceme řešit vedení tepla v pevné stěně např. v oblasti stavebnictví, tak musí CAD model obsahovat i tzv. pevné oblasti (solid) odpovídající stěnám a dalším stavebním konstrukcím. Geometrie lze vytvářet v různých CAD programech (Inventor, Solid Works, Solid Edge, CATIA, IDEAS,...). V druhém případě lze CAD modely vytvářet přímo v prostředí ANSYS Workbench (programy DesignModeler a SpaceClaim). Velmi často lze předpřipravené modely upravit v programech ANSYS Workbench. Úpravou se myslí zjednodušení modelu, tzn. odstranění nežádoucích entit.

Další fází je tvorba výpočetní sítě. Síť představuje systém rozdělení výpočtové oblasti na dílčí na sebe navazující 2D buňky ve dvoudimenzionálním prostoru nebo 3D buňky ve třídimenzionálním prostoru. Počet buněk patří k hlavním limitujícím faktorům současného matematického modelování. U mnohých praktických úloh se počty buněk výpočtové oblasti pohybují v řádu milionů či mnohdy i desítek milionů. Nejsou to zanedbatelná čísla, neboť v každé z buněk je počítáno mnoho různých veličin. Proto je cílem každého řešitele s ohledem na budoucí čas výpočtu redukovat počet buněk na nutné minimum. Z hlediska počtu buněk představuje obrovský nárůst například vytváření tzv. mezních vrstev kolem obtékaných ploch nebo hran. K tvorbě výpočetní sítě je v prostředí ANSYS Workbench k dispozici program ANSYS Meshing. Ukázka typů základních prvků pro tvorbu 3D výpočetní sítě je znázorněna na Obr. 4.1.



Obr. 4.1 – Tvary konečných prvků pro 3D síť

Příklady tvorby geometrie a výpočetní sítě jsou k dispozici v literatuře [3], [4].

5. Přenos tepla kondukcí (vedení tepla)

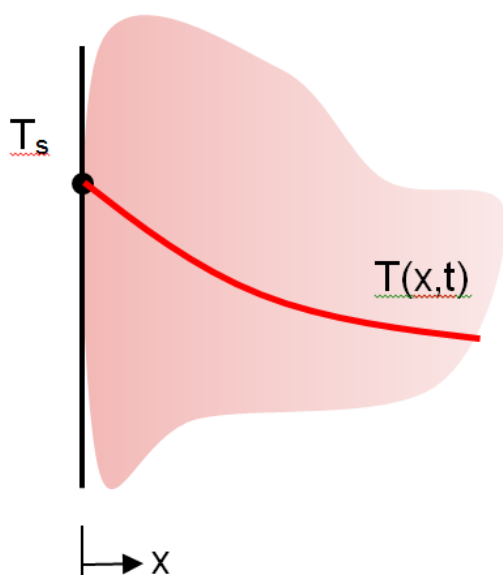
Pro určení rozložení teploty při vedení tepla v pevných látkách je na základě I. zákona termodynamiky užita Fourierova rovnice vyjadřující zákon zachování energie, která má tvar

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) \quad (5.1)$$

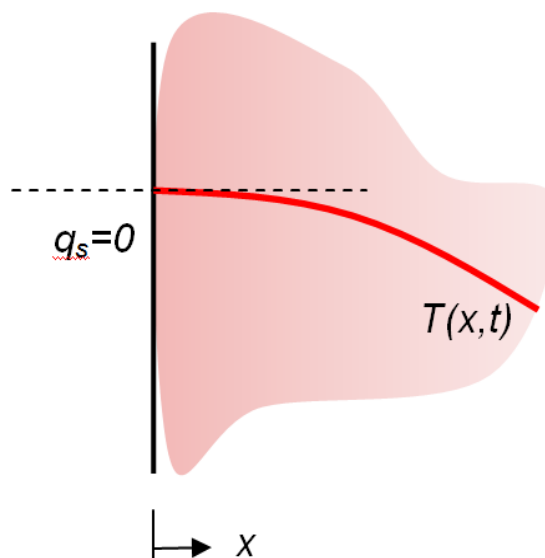
Kde ρ je hustota materiálu stěny, h entalpie vodivého materiálu, $h = c_p(T - T_{ref})$, c_p specifické teplo, λ tepelná vodivost, T je teplota, T_{ref} je referenční teplota.

Zadání tepelné vodivosti umožňuje řešit úlohy, kde pevná vodivá oblast je tvořena oddělenými stěnami z různých materiálů a různých vlastností. Všechny fyzikální vlastnosti mohou být podle charakteru úlohy konstantní nebo závislé na teplotě případně na tlaku. Nejvýznamnější veličinou v tomto smyslu je hustota. Výše zapsaná rovnice je obecně předpokládána v trojrozměrném prostoru. K řešení výše uvedená rovnice v příslušné geometrii je nutné definovat okrajové podmínky na vnější hranice modelu. Tepelné podmínky lze definovat čtyřmi způsoby:

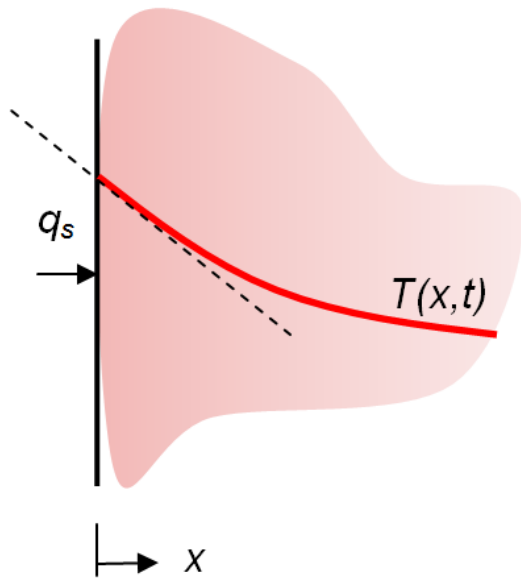
- konstantní teplota, (Obr. 5.1)
- konstantní hustota tepelného toku, (Obr. 5.2)
- nulová hustota tepelného toku (izolace), (Obr. 5.3)
- konvekce – součinitel přestupu tepla a referenční teplota (Obr. 5.4)



Obr. 5.1 – konstantní teplota povrchu
 $T(t, S) = T_s$

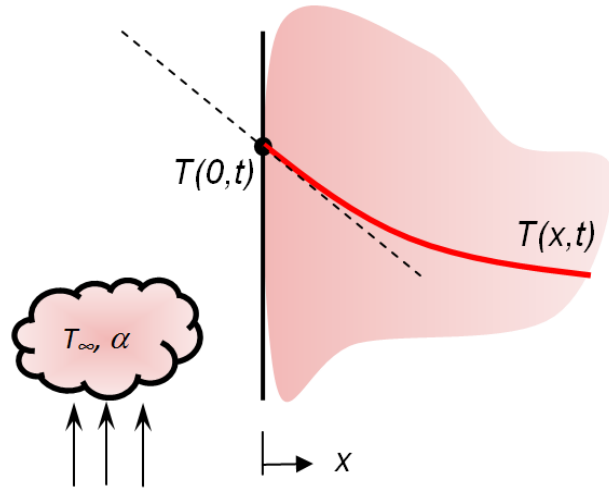


Obr. 5.2 – adiabatická nebo izolovaná stěna $\frac{\partial T(t, S)}{\partial n} = 0$



Obr. 5.3 – konstantní tepelný tok

$$-\lambda \frac{\partial T(t,S)}{\partial n} = q_s$$



Obr. 5.4 – teplota povrchu ovlivněná konvekcí

$$-\lambda \frac{\partial T(S,t)}{\partial n} = \alpha (T_{ref} - T(t,S))$$

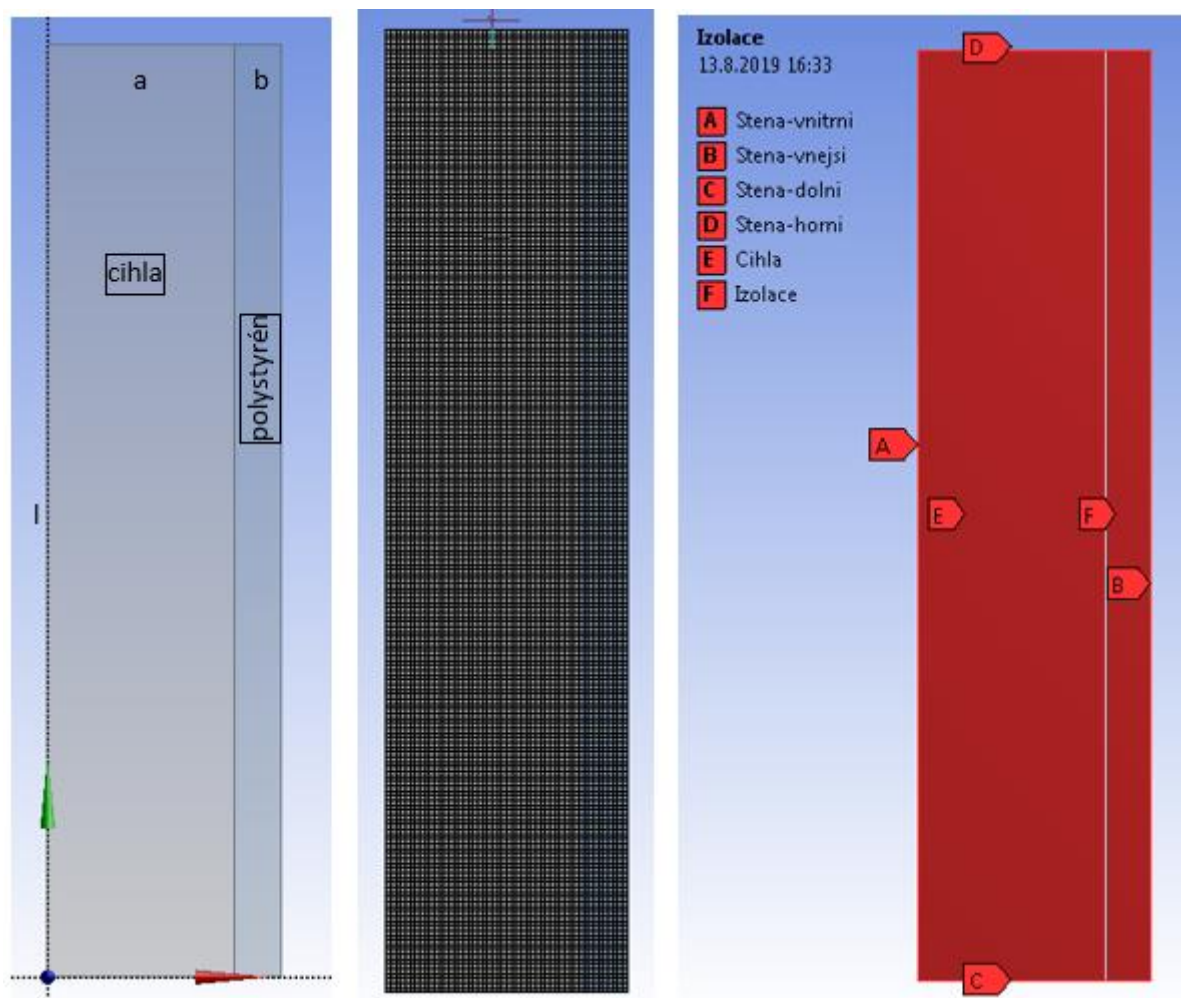
Poslední okrajová podmínka je složitá, neboť zahrnuje vliv proudění tekutin kolem stěn. Určení externího součinitele přestupu tepla α je dáno empiricky a mění se vlivem různých tekutin a rychlosti proudění. Teplota na vnější stěně je tedy výsledkem výpočtu. Všechny typy podmínek mohou být časově závislé, pokud to vyžaduje jejich charakter.

6. Řešení vedení tepla ve stavební konstrukci s využitím CFD (ANSYS Fluent)

Problematika vedení tepla v obvodovém zdivu s vnější vrstvou izolace (polystyren).

Geometrie oblastí, výpočetní síť, okrajové podmínky

Geometrie výpočetní oblasti byla vytvořena v programu DesignModeller. Jedná se o jednoduchý 2D model, který je tvořen oblastmi (cihla, polystyrén), viz Obr. 6.1. Z obrázků jsou patrné jednotlivé oblasti a rozměry, které jsou uvedené v Tab. 6.1.



Obr. 6.1 – Geometrie, výpočetní síť, okrajové podmínky

tloušťka oblasti cihla a [m]	0.4
tloušťka oblasti polystyrén b [m]	0.1
výška oblasti l [m]	2

Tab. 6.1 – Geometrie oblasti

V další fázi byla vytvořena výpočetní síť v programu ANSYS Meshing. Velikost elementů výpočetní sítě byla nastavena na 10mm. Výsledný počet elementů výpočetní sítě je 10 000. Výsledná podoba výpočetní sítě je patrná z Obr. 6.1.

Posledním krokem před definicí matematického modelu a realizací numerického výpočtu vedení tepla je nastavení okrajových podmínek na jednotlivých hranicích a nastavení výpočetní zón (oblastí) výpočetního modelu. Pojmenování okrajových podmínek a jednotlivých zón (oblastí) je patrné z Obr. 6.1. Charakteristika a typy okrajových podmínek a zón (oblastí) jsou uvedené v Tab. 6.2.

Okrajové podmínky	Typ okrajové podmínky	Parametry okrajových podmínek
Stena – vnitřní	„Wall“ (stěna)	$T = 25^{\circ}\text{C}$
Stena - vnější	„Wall“ (stěna)	$T = 5^{\circ}\text{C}$
Stena – dolní	„Symmetry“	Nulové gradienty veličin počítaných veličin
Stena - horní	„Symmetry“	Nulové gradienty počítaných veličin
Zóny (oblastí)	Typ zóny (oblastí)	Parametry zón (oblastí)
Cihla	Solid	Pevný materiál
Izolace	solid	Pevný materiál

Tab. 6.2 – Okrajové podmínky, zóny (oblastí)

Matematický model, fyzikální vlastností

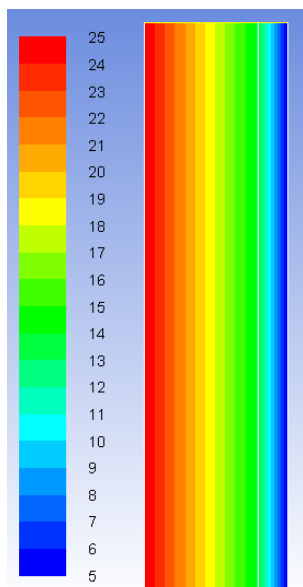
V této úloze nedochází k proudění, je tedy fiktivně řešeno proudění s nulovou rychlostí, tedy jako laminární. Rozložení teploty je řízeno diferenciální rovnicí vedení tepla (5.1). Fyzikální vlastností jednotlivých materiálů jsou uvedené v Tab. 6.3.

Materiál	Cihla	Izolace
hustota ρ [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$]	350	20
tepelná vodivost λ [$\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$]	0,1	0.033

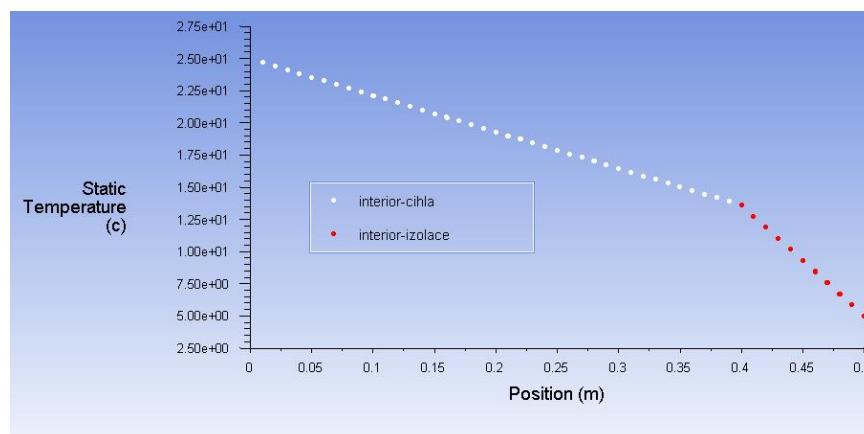
Tab. 6.3 – Fyzikální vlastností materiálů

Výsledky CFD analýzy

Pro názornost se nejčastěji zobrazují vyplněné izočáry počítaných veličin případně 2D grafy. V tomto případě jsou vyhodnoceny vyplněné izočáry teploty (teplotní pole) v celé oblasti, viz. Obr. 6.2. Dále je znázorněno rozložení teploty v příčném směru, viz. Obr. 6.3.



Obr. 6.2 – Rozložení teploty v celé oblasti [°C]



Obr. 6.3 – Rozložení teploty v příčném směru [°C]

Více příkladů realizovaných pomocí CFD analýzy v prostředí ANSYS Fluent je uvedeno v literatuře [3], [7] a [8].

7. Přenos hmoty, hybnosti a energie

Přenos hmoty a hybnosti jsou základní přenosové jevy související s prouděním skutečné tekutiny (kapalina, plyn) v obecné 3D geometrie. Pokud uvažujeme neizotermní proudění tekutin, tak zahrnujeme i přenos energie.

Přenos hmoty je definován rovnicí kontinuity

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = S_z \quad (7.1)$$

Přenos hybnosti definujeme pomocí Navierovy-Stokesovy rovnice

$$\frac{\partial (\rho \vec{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u} \vec{u}) = -\nabla p + \rho \vec{a} + \nabla \cdot (\tau) + S_m \quad (7.2)$$

Všechny fyzikální vlastnosti mohou být podle charakteru úlohy konstantní nebo závislé na teplotě případně na tlaku. Nejvýznamnější veličinou je hustota. V systému diferenciálních Navier-Stokesových rovnic a rovnice spojitosti jsou čtyři neznámé veličiny, tj. složky rychlosti u_x, u_y, u_z a tlak p . Pro řešení těchto rovnic musí být známy vnější zrychlení \vec{a} , hustota tekutiny ρ a okrajové podmínky. Navier-Stokesovy rovnice patří mezi nelineární parciální diferenciální rovnice a nejsou obecně řešitelné. V současné době i složité případy laminárního a turbulentního proudění jsou řešitelné numerickými metodami, např. metodou konečných objemů a metodou konečných prvků.

Přenos energie je definován pomocí rovnice energie

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \nabla \cdot (\vec{u}(\rho E + p)) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) - \nabla \cdot (\vec{\tau} \cdot \vec{u}) + S_h \quad (7.3)$$

Podrobnější charakteristika jednotlivých rovnic a veličin je uvedena v literatuře [2], [9].

Laminární, turbulentní proudění

Charakter proudění definuje Reynoldsovo číslo (Re). Reynoldsovo číslo vyjadřuje poměr setrvačných a viskózních sil a je určován z okrajových a fyzikálních podmínek jako bezrozměrné kritérium za účelem specifikace laminárního nebo turbulentního proudění.

$$Re = \frac{u d_h}{\nu} \quad (7.4)$$

kde tzv. hydraulický průměr d_h reprezentuje při proudění v potrubí průměr trubky, u je střední rychlost proudícího média. Při proudění v trubce platí, že pokud je hodnota $Re < 2320$ jedná se o laminární proudění (částice se pohybují ve vrstvách). Při vyšším $Re > 2320$ se jedná o turbulentní proudění (částice se víří). Podrobnější informace jsou k dispozici v literatuře [9].

8. Turbulence

Z hlediska inženýrských aplikací lze konstatovat, že charakter proudění je převážně turbulentní. Kritériem posouzení typu proudění je Reynoldsovo číslo. Turbulentní proudění je charakterizováno tím, že jeho proměnné (rychlost u , tlak p , teplota T ...) vykazují chaotické fluktuace v prostoru (x, y, z) a čase t . Detailní modelování všech turbulentních struktur je vzhledem k současným hardwarovým možnostem velmi omezené. Proto je snahou nalézt tzv. modely turbulence, které by rozumným způsobem filtrovaly malé turbulentní struktury a pro inženýrské aplikace se zabývaly pouze velkými víry. V dnešní době se zejména využívá metoda časového středování dle Reynoldse.

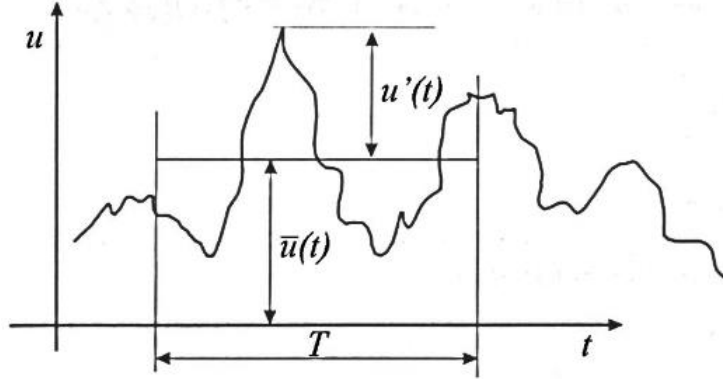
Metody časového středování (Reynoldsova) středování (Reynolds Averaged Navier-Stokes – RANS) řeší časově středované veličiny turbulentního proudění pomocí Reynoldsovy rovnice. Metody RANS modelují všechny velikosti turbulentních vírů a řeší tedy časově zprůměrované hodnoty proudění, což výrazně snižuje výpočetní nároky, a zároveň obvykle poskytují požadovanou úroveň přesnosti. Simulace je provedena pomocí Navierových Stokesových rovnic s aplikací středovaných veličin podle Reynoldse, v nichž je třeba nahradit dvojné korelace fluktuací rychlostí modelem turbulence. Existují rozdílné RANS modely, které zjednodušují problém přidáním různých dalších transportních rovnic. Jedná se o modely typu $k - \varepsilon$ a $k - \omega$, které zavádí navíc turbulentní viskozitu.

Okamžitou veličinu popisující turbulentní proudění lze rozložit na část časově středovanou $\bar{\xi}$ a fluktuační složku ξ' , přičemž platí

$$\xi = \bar{\xi} + \xi' \quad (8.1)$$

kde $\bar{\xi} = \frac{1}{T} \int_0^T \xi dt$, $\bar{\xi}' = 0$

Typický průběh záznamu rychlosti u v čase pro turbulentní proudění je znázorněno na Obr. 8.1.



Obr. 8.1 – Fluktuace a časově středovaná část okamžité rychlosti [9]

9. Základní rovnice dvourovnicového $k - \varepsilon$ modelu

Matematické modely RANS definují rovnice analogicky jako v kap. 7 s tím, že základní rovnice (rovnice kontinuity, Navierovy Stokesovy rovnice, rovnice energie) jsou platné pro časově středované veličiny:

Rovnice kontinuity platná pro středované veličiny

$$\frac{\partial(\rho \bar{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{u} \bar{u}) = -\nabla \bar{p} + [\nabla \cdot \bar{\tau}_t] + \rho \bar{a} + S_m \quad (9.1)$$

Navierovy-Stokesovy rovnice pro středované veličiny

$$\frac{\partial(\rho \bar{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{u} \bar{u}) = -\nabla \bar{p} + [\nabla \cdot \bar{\tau}_t] + \rho \bar{a} + S_m \quad (9.2)$$

Rovnice energie pro středovanou teplotu

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{E}) + \nabla \cdot (\bar{u}(\rho \bar{E})) = \nabla \cdot (\lambda_t \nabla T) - \nabla \cdot (\bar{p}(\bar{u})) - \nabla \cdot [\bar{\tau}_t \cdot \bar{u}] + \rho(\bar{u} \cdot \bar{a}) \quad (9.3)$$

λ_t je turbulentní tepelná vodivost úměrná turbulentní viskozitě

Rovnice pro turbulentní kinetickou energii

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{u} k) = \nabla \cdot \left(\left(\eta + \frac{\eta_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right) + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M \quad (9.4)$$

Rovnice pro rychlost turbulentní disipace

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{u} \varepsilon) = \nabla \cdot \left(\left(\eta + \frac{\eta_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right) + C_{1,\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3,\varepsilon} G_b) - C_{2,\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (9.5)$$

Podrobnější popis jednotlivých rovnic a veličin je uvedeno v [5] a [9].

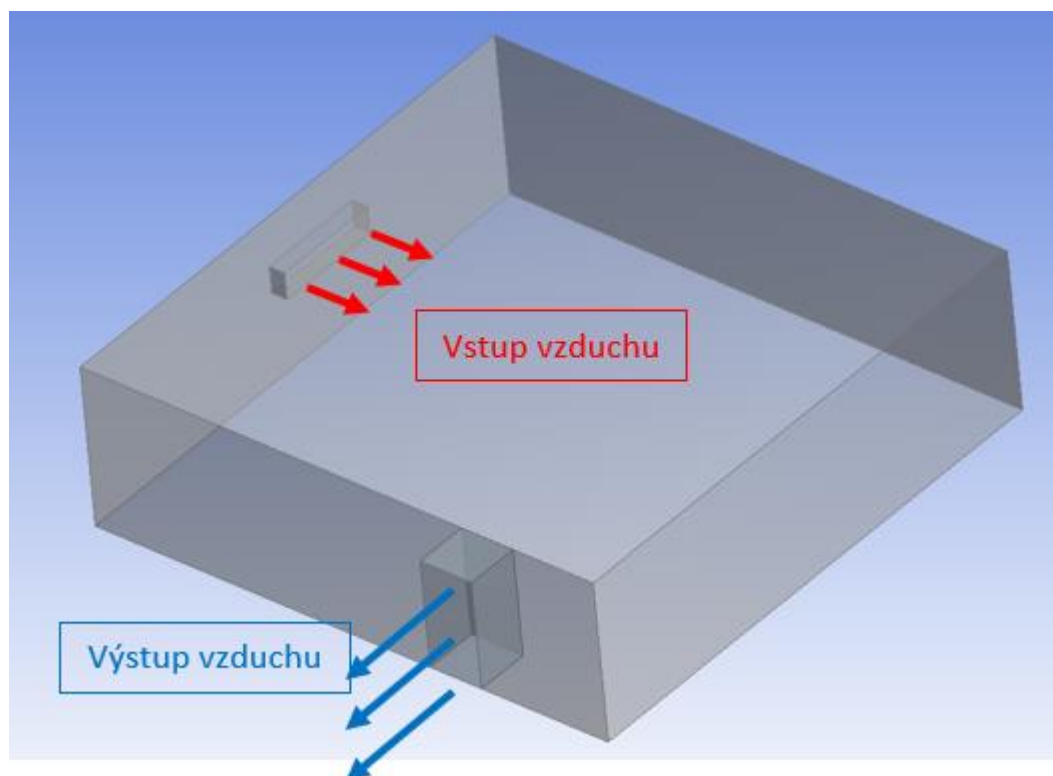
10. Řešení turbulentního proudění v místnosti s využitím CFD (ANSYS Fluent)

Zadání

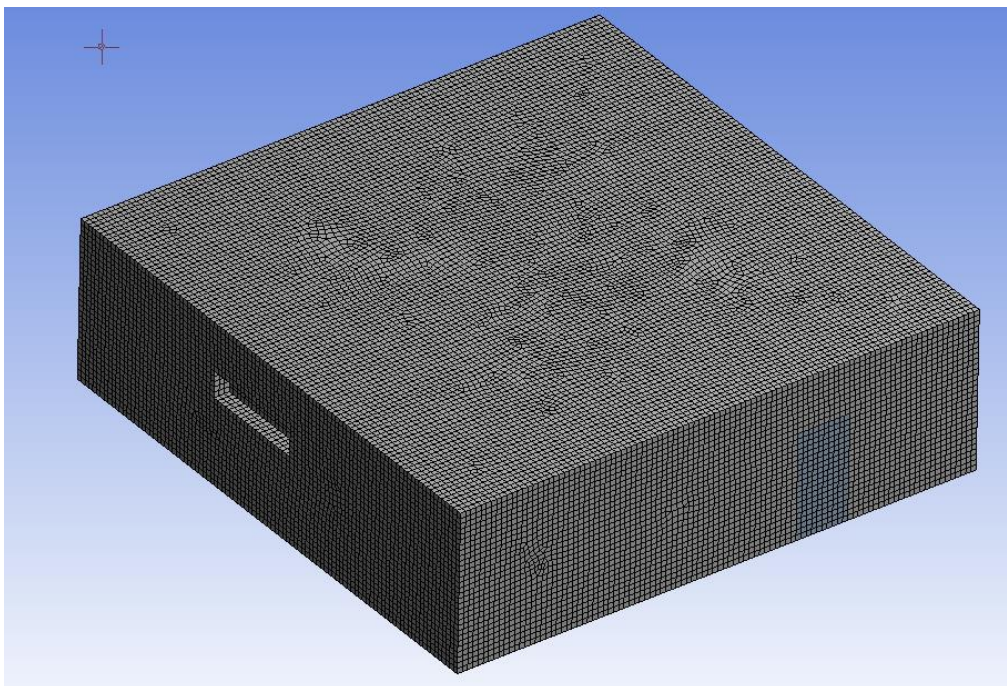
Problematika simulace vzduchotechniky, tzn. turbulentní jednofázové proudění vzduchu v místnosti.

Geometrie oblasti, výpočetní síť, okrajové podmínky

Geometrie výpočetní oblasti byla vytvořena v programu DesignModeller. Jedná se o jednoduchý 3D model místnosti, který je tvořen jednotkou vzduchotechniky, která představuje zdroj proudícího vzduchu a otevřenými dveřmi, které představují odvod vzduchu (Obr. 10.1).

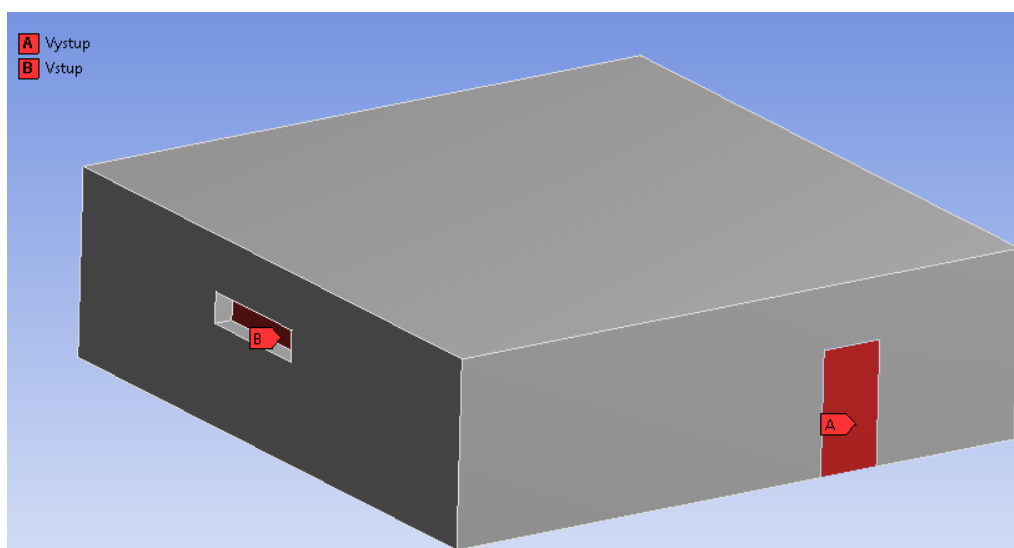


Obr. 10.1 – Geometrie 3D modelu



Obr. 10.2 – Výpočetní síť

V další fázi byla vytvořena výpočetní síť v programu ANSYS Meshing. Velikost elementů výpočetní sítě byla nastavena na 100mm. Výsledný počet elementů výpočetní sítě je 332 282. Výsledná podoba výpočetní sítě je patrná z Obr. 10.2.



Obr. 10.3 – Okrajové podmínky

Posledním krokem před definicí matematického modelu a realizací numerického výpočtu je nastavení okrajových podmínek na jednotlivých hranicích (plochách) a nastavení výpočetní zón (oblastí) výpočetního modelu. Pojmenování okrajových podmínek je patrné z Obr. 10.3. Jedná se o vstupní a výstupní okrajové podmínky. Zbylé plochy představují stěny. Charakteristika a typy okrajových podmínek jsou uvedené v Tab. 10.1.

Okrajové podmínky	Typ okrajové podmínky	Parametry okrajových podmínek
Vstup	„Velocity Inlet“ (Rychlostní podmínka)	$v = 5 \text{ ms}^{-1}, 3 \text{ ms}^{-1}, 1 \text{ ms}^{-1}$
Vystup	„Pressure outlet“ (Tlaková podmínka)	$p=0 \text{ Pa}$ (přetlak)
Steny	„Wall“ (stěna)	Pevná stěna

Tab. 10.1 – Okrajové podmínky

Matematický model

V této úloze dochází k turbulentnímu proudění vzduchu. Model turbulence byl definován jako dvourovnicový $k - \varepsilon$. Parciální diferenciální rovnice modelu turbulence jsou uvedené v kap. 8. Kritériem turbulence je Reynoldsovo číslo:

$$Re = \frac{ud_h}{\nu} \quad (10.1)$$

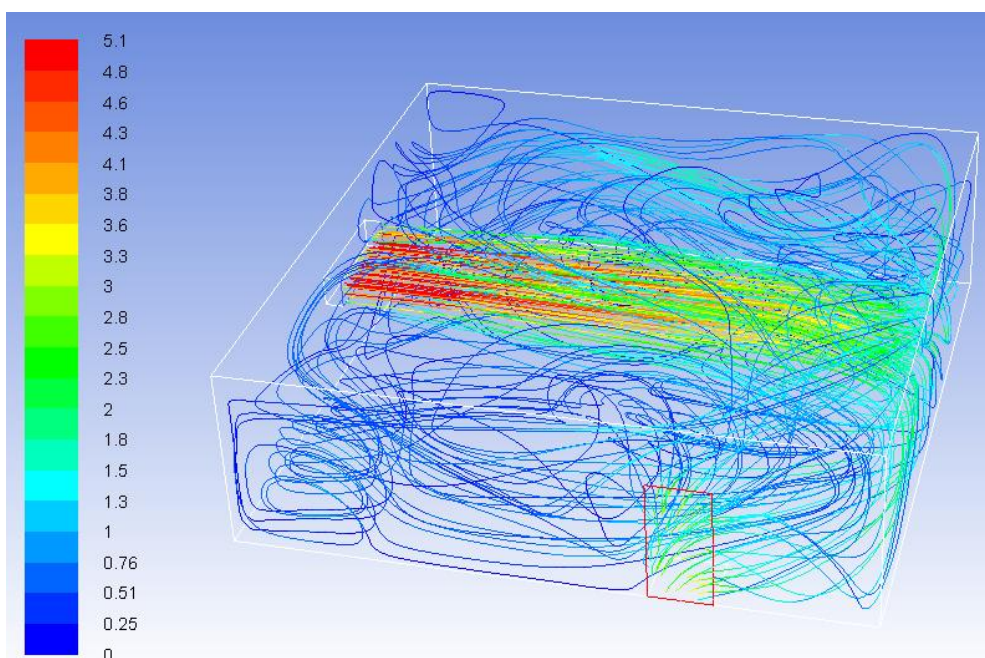
Fyzikální vlastnosti proudícího vzduchu jsou uvedené v Tab. 10.2.

	Vzduch
hustota ρ [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$]	1.225
dynamická viskozita η [$\text{Pa} \cdot \text{s}$]	$1.7894 \cdot 10^{-5}$

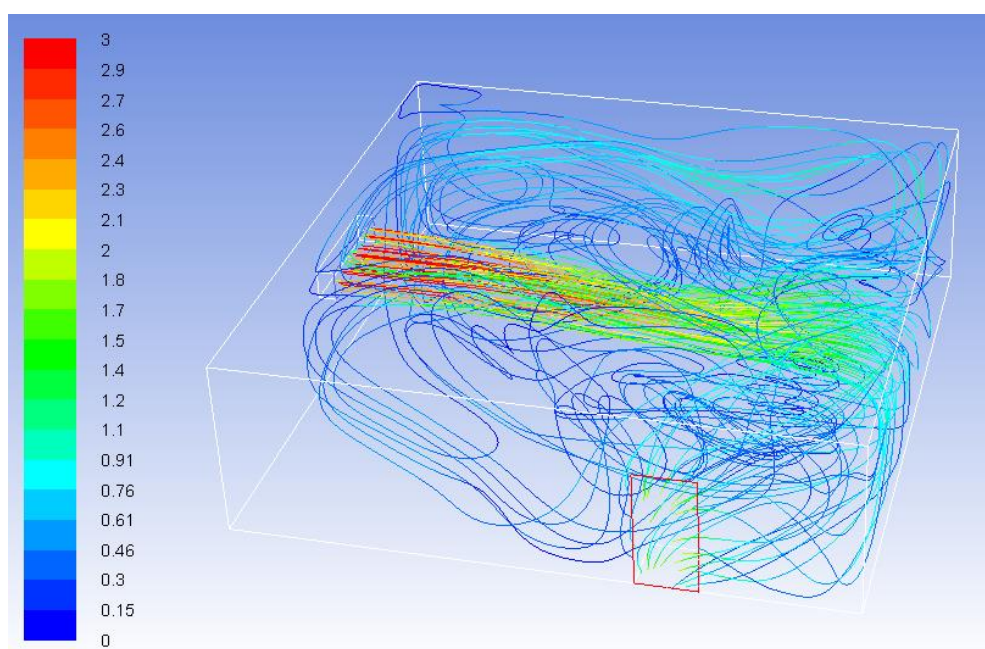
Tab. 10.2 – Fyzikální vlastností vzduchu

Výsledky CFD analýzy

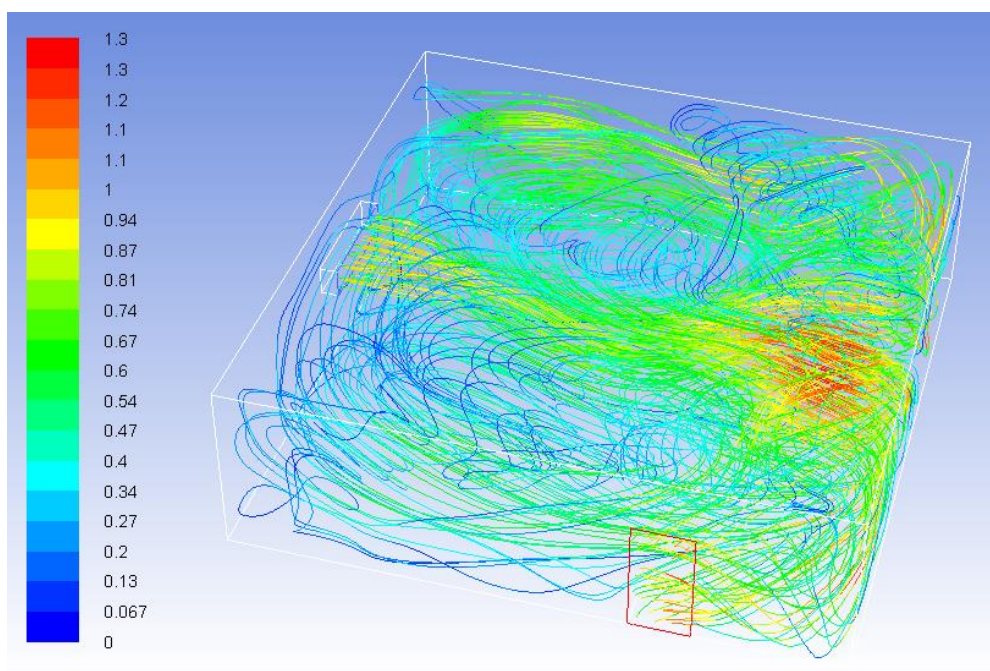
Pro názornost jsou vyhodnoceny trajektorie proudícího vzduchu v místnosti obarvené velikostí rychlosti. Na Obr. 10.4 jsou vyhodnocené trajektorie pro vstupní rychlost vzduchu $v=5\text{m/s}$. Na dalším obrázku (Obr. 10.5) jsou trajektorie pro vstupní rychlost vzduchu $v=3\text{m/s}$ a na Obr. 10.6 jsou pro vstupní rychlost vzduchu $u=1\text{m/s}$. Z výsledků je patrný charakter proudění od vstupu do výstupu.



Obr. 10.4 – Trajektorie proudícího vzduchu pro rychlost $u=5\text{m/s}$



Obr. 10.5 – Trajektorie proudícího vzduchu pro rychlost $u=3\text{m/s}$



Obr. 10.6 – Trajektorie proudícího vzduchu pro rychlost $v=1\text{m/s}$

11. Literatura

1. Zdroj: <http://frantisek.rysanek.sweb.cz/agros2d/agros2d.html>
2. KOZUBKOVÁ, M., BOJKO, M., BLEJCHAŘ, T. *Modelování přenosu tepla, hmoty a hybnosti (učební text)*. Ostrava: VŠB-TU, 2021, 224 s.
3. KOZUBKOVÁ, M., BOJKO, M., MOŘKOVSKÁ, V., MARCALÍK, P. *Modelování přenosu tepla, hmoty a hybnosti (návodů do cvičení)*. Ostrava: VŠB-TU, 2021, 116 s.
4. BOJKO, M. *Návodů do cvičení „Modelování proudění“ – FLUENT*. Ostrava. VŠB-TU Ostrava, 2008, 141 s. ISBN 978-80-248-1909-9.
5. KOZUBKOVÁ, M. *Modelování proudění tekutin FLUENT, CFX*. Ostrava: VŠB-TU, 2008, 115 s. ISBN 978-80-248-1913-6.
6. DRÁBKOVÁ, S. a kol. *Mechanika tekutin – učební texty*, Ostrava: VŠB-TU, 2007, 260 s. ISBN 978-80-248-1508-4.
7. BOJKO, M. *3D PROUDĚNÍ – ANSYS FLUENT - učební text*. Ostrava. VŠB-TU Ostrava, 2012, 314 s. ISBN 978-80-248-2607-3.
8. KOZUBKOVÁ, M., BOJKO, M., KRUTIL, J., BLEJCHAŘ, T. *MODELOVÁNÍ SPALOVÁNÍ PALIV – UČEBNÍ TEXT*. Ostrava. VŠB-TU Ostrava, 2013, 288 s. ISBN 978-80-248-3144-2.
9. Ansys Fluent Theory Guide (Release 2021 R2). ANSYS, Inc. 2021.