

Měření v elektrotechnice

Sbírka příkladů

Autor textu:
doc. Ing. Jan Mikulka, Ph.D.

Brno

30. 6. 2021



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Obsah

Úvod	1
1 Vstupní test	2
2 Odchytky a nejistoty měření.....	5
2.1 Absolutní a relativní odchytky měření	5
2.2 Odchytky měřicích přístrojů	6
2.3 Standardní nejistoty přímých měření	8
2.4 Odchytky a standardní nejistoty nepřímých měření	11
3 Analogové měřicí převodníky elektrických veličin	14
3.1 Bočníky a předřadné rezistory	14
3.2 Měřicí zesilovače	16
3.3 Převodníky efektivní hodnoty na stejnosměrné napětí	18
3.4 Měřicí transformátory	19
4 Digitalizace, číslicové zpracování a rekonstrukce signálu	21
4.1 Analogově-číslicové převodníky	21
4.2 Měření základních parametrů periodických signálů	22
5 Osciloskopy a spektrální analyzátory	24
5.1 Osciloskop a měřený obvod.....	24
6 Měření aktivních elektrických veličin	26
6.1 Měření stejnosměrných napětí	26
6.2 Měření stejnosměrných proudů	26
6.3 Měření výkonu	27
6.3.1 Měření výkonu stejnosměrného proudu	27
6.3.2 Měření výkonu střídavého proudu	28
6.3.3 Měření výkonu střídavého proudu v trojfázových soustavách	33
7 Měření pasivních elektrických veličin	39
7.1 Měření odporů	39
7.2 Měření impedancí	42
Výsledky řešení příkladů	44



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Úvod

Sbírka příkladů pro předmět Měření v elektrotechnice je určena ke studiu a procvičování teoretických vědomostí získaných na přednáškách a během řešení souvisejících úloh v laboratořích. Tvorba této sbírky příkladů je reakcí na opakovaný požadavek studentů předmětů BPC-MVA, BPC-MVAA a BKC-MVA k doplnění studijní literatury pro dokonalejší přípravu na laboratorní cvičení a v neposlední řadě také k semestrální zkoušce z předmětu. Tomuto požadavku jsme rádi vyšli vstříc.

Publikace navazuje na obsah zmíněných předmětů, který je teoreticky podán ve skriptu Měření v elektrotechnice [1]. K vybraným kapitolám byly vytvořeny příklady, jejichž řešením si může student ověřit znalost dané problematiky a lépe se tak připravit ke studiu. Každá kapitola vždy začíná řešenými příklady. Zadání řešených příkladů jsou volena tak, aby kompletně pokryla problematiku konkrétní části učiva. Následují příklady k procvičení, jejichž výsledky řešení jsou uvedeny v závěrečné části publikace.

Zadání a postup řešení vzorových příkladů jsou v textu označeny zeleně. Výsledky řešení jsou vždy dvakrát podtrženy.

Zadání příkladů k procvičení jsou v textu označeny červeně.

Přes upřímnou snahu a péči, kterou jsme věnovali sestavení sbírky příkladů, se v ní mohou objevit přehlédnuté chyby a nedostatky. Za upozornění na ně děkujeme.

V Brně, 30. června 2021

doc. Ing. Jan Mikulka, Ph.D.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

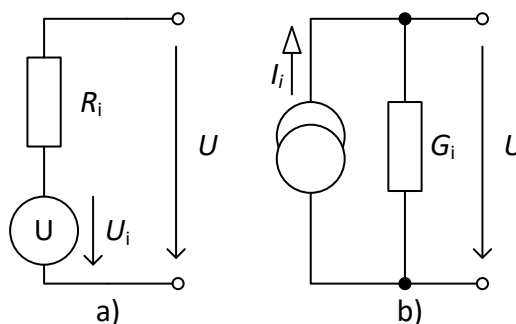


1 Vstupní test

Dříve, než začnete řešit příklady předmětu Měření v elektrotechnice, doporučujeme ověřit znalosti nabyté v předchozích kurzech základů elektrotechniky. V případě problémů s řešením těchto příkladů vřele doporučujeme nejprve osvěžit základní zákony elektrotechniky vyučované v prvním ročníku v předmětech BEL1, BEL2, JELE a podobných.

Příklad 1

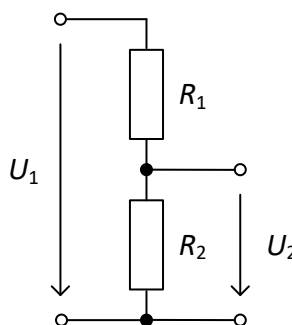
Automobilový akumulátor má napětí naprázdno 13,5 V. Při zatížení odběrem 20 A klesne jeho svorkové napětí na $U = 12,9$ V. Vytvořte napěťový model $[U_i, R_i]$ a proudový model $[I_i, G_i]$ tohoto akumulátoru.



Obr. 1: Modely zdroje: a) napěťový, b) proudový

Příklad 2

Vypočítejte výstupní napětí U_2 nezatíženého odporového děliče napětí zapojeného podle obr. 2, pokud $R_1 = 100 \Omega$, $R_2 = 200 \Omega$, vstupní napětí $U_1 = 12$ V. Vypočítejte přenos K tohoto dvojbranu.



Obr. 2: Nezatížený odporový dělič napětí



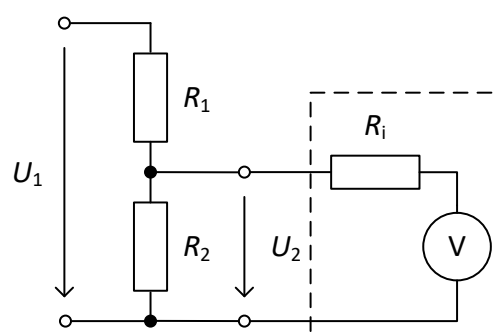
EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Příklad 3

Vypočítejte výstupní napětí U_2 odporového děliče napětí zatíženého voltmetrem V podle obr. 3 s vnitřním odporem $R_i = 10 \text{ k}\Omega$, pokud $R_1 = 100 \Omega$ a $R_2 = 200 \Omega$. Dělič je napájen ze zdroje napětí o velikosti $U_1 = 12 \text{ V}$.



Obr. 3: Odporový dělič napětí zatížený voltmetrem

Příklad 4

Určete smyčkové proudy I_{S1} , I_{S2} , I_{S3} v obvodu podle obr. 4, přičemž platí:

$$U_{Z1} = 110 \text{ V},$$

$$U_{Z2} = 15 \text{ V},$$

$$U_{Z3} = 90 \text{ V},$$

$$R_1 = 500 \Omega,$$

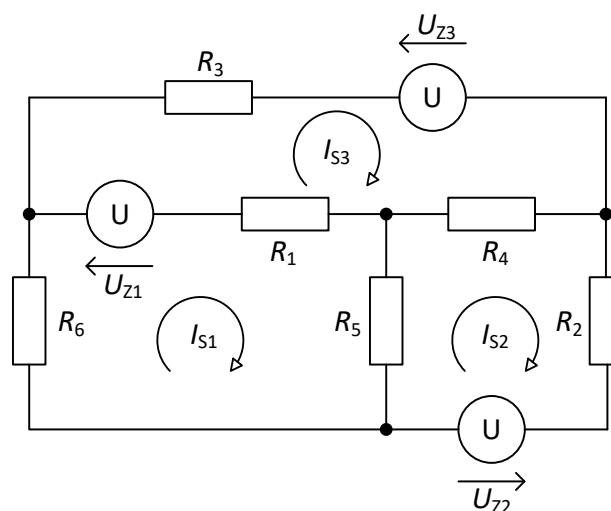
$$R_2 = 300 \Omega,$$

$$R_3 = 500 \Omega,$$

$$R_4 = 1000 \Omega,$$

$$R_5 = 200 \Omega,$$

$$R_6 = 700 \Omega.$$



Obr. 4: Obvod řešený metodou smyčkových proudů

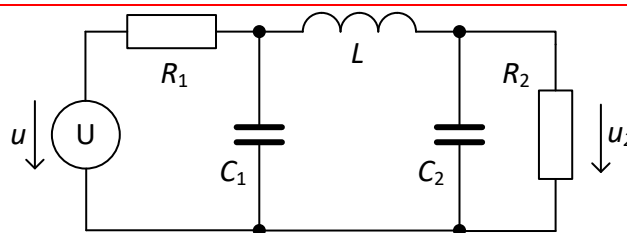
Příklad 5

Metodou uzlových napětí vypočítejte v obvodu podle obr. 5 napětí U_2 a $u_2(t)$, přičemž platí:

$$U = 120 \angle 0^\circ \text{ V}, f = 100 \text{ Hz},$$

$$C_1 = C_2 = 50 \mu\text{F},$$

$$L = 0,25 \text{ H}, R_1 = 20 \Omega, R_2 = 250 \Omega.$$



Obr. 5: Obvod řešený metodou uzlových napětí

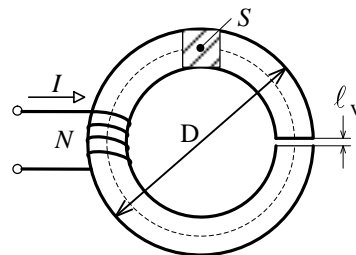


EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Příklad 6

Prstenec z feromagnetického materiálu (podle tab. 1) má průměr $D = 90 \text{ mm}$, plocha průřezu jádra je $S = 10 \times 10 \text{ mm}$. Ve vzduchové mezeře $l_v = 1 \text{ mm}$ požadujeme indukci $B_v = 0,5 \text{ T}$. Vypočítejte potřebný počet závitů N budicí cívky při proudu $I = 5 \text{ A}$ a indukčnost cívky L pro tento proud. Rozptylové toky zanedbejte.



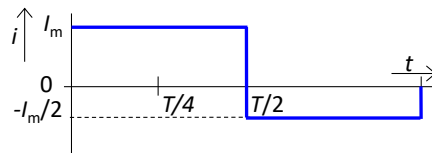
Obr. 6: Schéma magnetického obvodu

Tab. 1: Závislost intenzity magnetického pole na indukci v použitém feromagnetiku

$B_f [\text{T}]$	0,3	0,5	0,7	0,9
$H_f [\text{A/m}]$	66	109	167	262

Příklad 7

Vypočítejte střední hodnotu, střední absolutní hodnotu a efektivní hodnotu proudu, činitel tvaru a činitel výkyvu pro periodický průběh proudu podle obrázku, je-li $I_m = 3 \text{ A}$.



Obr. 7: Zadaný obdélníkový průběh proudu



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



2 Odchyly a nejistoty měření

2.1 Absolutní a relativní odchyly měření

Příklad 8

K automobilovému akumulátoru je připojen analogový měřicí přístroj ukazující hodnotu $U_M = 13,7$ V. Velmi přesným referenčním voltmetrem zjistíme skutečné napětí akumulátoru $U_P = 13,6$ V. Vypočítejte absolutní i relativní odchylku měření analogovým měřicím přístrojem. Dále určete hodnotu korekce K analogového přístroje.

Řešení

Absolutní odchylka měření je dána rozdílem měřené a skutečné hodnoty napětí:

$$\Delta_U = U_M - U_P = 13,7 - 13,6 = \underline{\underline{0,1 \text{ V}}} . \quad (1)$$

Relativní odchylka měření je dána poměrem absolutní odchylky a měřené nebo konvenčně pravé hodnoty napětí:

$$\delta_U = \frac{\Delta_U}{U_M} \cdot 100 = \frac{0,1}{13,7} \cdot 100 \cong \underline{\underline{0,73 \%}} , \text{ nebo} \quad (2)$$

$$\delta_U = \frac{\Delta_U}{U_P} \cdot 100 = \frac{0,1}{13,6} \cdot 100 \cong \underline{\underline{0,74 \%}} . \quad (3)$$

Korekce je hodnota měřené veličiny, kterou musíme přičíst k naměřené hodnotě, abychom dostali konvenčně správnou hodnotu:

$$K = U_P - U_M = -\Delta_U = 13,6 - 13,7 = \underline{\underline{-0,1 \text{ V}}} . \quad (4)$$

Příklad 9

Nakreslete korekční křivku voltmetru s $TP = 1,5$ při měření napětí zdroje, které je zaznamenáno v tab. 2. U_P značí nastavenou konvenčně pravou hodnotu napětí, U_M značí velikost změřeného napětí. Dále určete nejvyšší absolutní a nejvyšší relativní chybu měření.

Tab. 2: Změřené hodnoty napětí

U_P [V]	0,0	2,0	4,0	6,0	8,0	10,0	12,0	14,0	16,0	18,0
U_M [V]	0,1	1,9	4,2	6,1	8,2	10,0	11,9	13,8	15,9	17,9



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



2.2 Odchyly měřicích přístrojů

Příklad 10

Určete, do které třídy přesnosti teoreticky spadá analogový měřicí přístroj s měřicím rozsahem $X_R = 24 \text{ V}$, pokud pomocí něj měříme napětí na referenčním zdroji $U_P = 12 \text{ V}$ a opakovaným měřením získáme hodnoty U_M podle tab. 3.

Tab. 3: Změřené hodnoty napětí analogovým voltmetrem

U_M [V]	11,95	11,98	12,02	12,03	12,06	11,98	11,97	12,01	12,00	11,99
	12,03	12,01	11,95	11,97	12,05	11,94	11,98	12,02	11,98	12,00

Řešení

Absolutní odchylka analogového přístroje má konstantní velikost v celém rozsahu. Proto jsme na základě vícečetného měření jedné hodnoty schopni určit odhad maximální hodnoty absolutní odchylky měření a z té dále určit předpokládanou třídu přesnosti jako nejbližší vyšší tabulkovou hodnotu TP.

Absolutní odchylka měření napětí je dána vztahem:

$$\Delta_U = U_M - U_P. \quad (5)$$

Třídou přesnosti rozumíme relativní odchylku analogového přístroje vztaženou k plné výchylce na jeho rozsahu za referenčních podmínek:

$$\delta_{TP} = \left| \frac{\Delta_{MP}}{X_R} \right| \cdot 100, \quad (6)$$

kde Δ_{MP} je mezní odchylka měření v absolutní míře.

Budeme předpokládat, že 20 změřených hodnot uvedených v

tab. 3 je dostatečně reprezentativní množinou, která v sobě zahrnuje i měření zatížené mezní odchylkou měřicího přístroje. Na základě tohoto předpokladu vybereme z jednotlivých měření tu hodnotu napětí, která je zatížena největší odchylkou od konvenčně pravé hodnoty $U_P = 12 \text{ V}$. Během měření jsme dosáhli největší odchylky $\Delta_{MP} = 0,06 \text{ V}$ ve dvou měřeních (v

tab. 3 šedé buňky). Dosadíme tedy do vztahu (6) a dostáváme odpovídající odchylku v relativní míře:

$$\delta = \frac{\Delta_{MP}}{X_R} \cdot 100 = \frac{0,06}{24} \cdot 100 = 0,25 \% . \quad (7)$$

Hodnoty TP jsou normovány IEC v řadě 0,05 – 0,1 – 0,2 – 0,5 – 1,0 – 1,5 – 2,5 – 5,0; vybereme nejbližší vyšší hodnotu zjištěné nejvyšší relativní odchylce, kterou je v tomto případě $TP = 0,5$.

Uvedený přístroj svou přesností odpovídá třídě přesnosti TP = 0,5.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Příklad 11

Číslicový voltmetr s 4 ½ displejem a přesností udanou výrobcem: $\pm(0,01 \%, 10 \text{ digitů})$ je nastaven na rozsah $U_R = 20 \text{ V}$. Určete odchylku měření v absolutní i relativní míře, pokud měříme napětí U_M o velikosti 19 V.

Řešení

Nejprve určíme odchylku z rozsahu ČMP v relativní míře:

$$\delta_R = \frac{d}{D} \cdot 100 = \frac{10}{20000} \cdot 100 = 0,05 \% , \quad (8)$$

kde d je odchylka udaná v počtu jednotek posledního místa zobrazovače (v tzv. digitech) a D je počet indikovaných míst zobrazovače (počet kvantovacích kroků přístroje).

Absolutní odchylka údaje ČMP je potom dána vztahem:

$$|\Delta_P| = |\Delta_M| + |\Delta_R| = \frac{|\delta_M \cdot U_M| + |\delta_R \cdot U_R|}{100} = \frac{|0,01 \cdot 19| + |0,05 \cdot 20|}{100} = \underline{\underline{0,012 \text{ V}}} . \quad (9)$$

Relativní odchylka údaje ČMP je:

$$|\delta_P| = \left| \frac{\Delta_P}{U_M} \right| \cdot 100 = |\delta_M| + \left| \delta_R \cdot \frac{U_R}{U_M} \right| = 0,01 + 0,05 \cdot \frac{20}{19} = \underline{\underline{0,063 \%}} . \quad (10)$$

Příklad 12

Určete, do které třídy přesnosti teoreticky spadá analogový měřicí přístroj s měřicím rozsahem $X_R = 100 \text{ V}$, pokud pomocí něj měříme napětí U_P a odečítáme hodnotu U_M v celém jeho rozsahu podle tab. 4.

Tab. 4: Změřené hodnoty napětí analogovým voltmetrem

U_P [V]	10,0	20,0	30,0	40,0	50,0	60,0	70,0	80,0	90,0	100,0
U_M [V]	11,2	19,8	30,2	41,0	52,5	62,7	72,5	81,2	89,3	98,2

Příklad 13

Určete maximální možnou odchylku v absolutní i relativní míře údaje elektromechanického voltmetru s třídou přesnosti $TP = 0,5$, pokud je ručička voltmetru vychýlena na 12 dílcích stupnice. Rozsah voltmetru je nastaven na 120 V a stupnice má celkem 60 dílků při plné výchylce.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Příklad 14

Určete maximální možnou odchylku v absolutní i relativní míře číslicového ampérmetru s chybou udávanou výrobcem $\pm(0,05 + 0,25) \%$, pokud ampérmetr na rozsahu 200 mA indikuje hodnotu 125,3 mA.

Příklad 15

Naším úkolem je měřit stejnosměrné napětí na bočníku. Velikost měřeného napětí se pohybuje mezi 1 – 3 V. Máme k dispozici analogový voltmetr s třídou přesnosti TP = 0,5 a rozsahem 3 V a digitální voltmetr s rozsahem 6 V a chybou $\pm(0,05 + 0,25) \%$. Určete, který voltmetr bude z hlediska maximální odchylky přístroje přesnější.

2.3 Standardní nejistoty přímých měření**Příklad 16**

Stanovte standardní nejistoty typu u_A , u_B , kombinovanou standardní nejistotu u_C , rozšířenou standardní nejistotu U a relativní rozšířenou standardní nejistotu \tilde{U} při kalibraci bočníku měřením napětí. Odpor bočníku je $R_b = 1 \Omega$ a protéká jím proud 1 A. Změřené hodnoty napětí jsou uvedeny v tab. 5. Měření bylo realizováno digitálním voltmetrem s chybou danou výrobcem $\pm(0,05 + 0,02) \%$ na rozsahu 2 V. Zapište výsledek měření napětí včetně rozšířené standardní nejistoty v absolutní i relativní míře.

Tab. 5: Naměřené hodnoty napětí na bočníku

i	U_b [V]	ΔU_b [mV]	ΔU_b^2 [mV ²]
1	1,005	5	25
2	1,002	2	4
3	0,998	-2	4
4	0,997	-3	9
5	1,001	1	1
6	0,995	-5	25
7	1,003	3	9
8	0,999	-1	1
9	1,000	0	0
$m = 9$	$\sum U_{b_i} = 9,000$	$\sum \Delta U_{b_i} = 0$	$\sum \Delta U_{b_i}^2 = 78$

Řešení

Standardní nejistoty typu A je určena z devíti měření hodnot napětí. Výběrový průměr \bar{U}_b z naměřených hodnot napětí na bočníku U_{b_i} určíme ze vztahu:

$$\bar{U}_b = \frac{\sum_{i=1}^m U_{b_i}}{m} = \frac{9,000}{9} = 1 \text{ V}, \quad (11)$$

a standardní nejistota u_A ze vztahu:



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



$$u_A = k_s \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \Delta U_{b_i}^2}{m \cdot (m-1)}} = 1,2 \cdot \sqrt{\frac{78}{72}} = \underline{\underline{1,249 \text{ mV}}}, \quad (12)$$

kde koeficient rozšíření $k_s = 1,2$ pro 9 měření.

Standardní nejistota typu B je dána systematickými odchylkami, nepřesnostmi měřicích přístrojů, vlivy oteplení, apod. V tomto příkladu uvažujeme jediný zdroj nejistoty typu B a tím je odchylka daná nepřesností měřicího přístroje. Nejistota u_B se potom určí ze vztahu:

$$u_B = \frac{\Delta_{\text{CMP}}}{\chi}, \quad (13)$$

kde Δ_{CMP} je mezní odchylka použitého digitálního voltmetru v absolutní míře a určíme ji podle vztahu:

$$|\Delta_{\text{CMP}}| = \frac{|\delta_M \cdot X_M| + |\delta_R \cdot X_R|}{100} = \frac{0,05 \cdot 1 + 0,02 \cdot 2}{100} = 0,9 \text{ mV}. \quad (14)$$

Předpokládáme-li rovnoměrné rozdělení četnosti odchylek při měření zvoleným číslicovým voltmetrem, potom dosadíme do vztahu (13) a dostáváme hodnotu nejistoty u_B :

$$u_B = \frac{\Delta_{\text{CMP}}}{\chi} = \frac{0,9 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{3}} = \underline{\underline{0,52 \text{ mV}}}. \quad (15)$$

Kombinovaná standardní nejistota u_C je potom daná vztahem:

$$u_C = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = \sqrt{1,249^2 + 0,52^2} = \underline{\underline{1,353 \text{ mV}}}. \quad (16)$$

Rozšířenou standardní nejistotu měření určíme součinem kombinované nejistoty s koeficientem rozšíření. Pokud není zadáno jinak, uvažujeme koeficient rozšíření 2:

$$U = k_r \cdot u_C = 2 \cdot 1,353 = \underline{\underline{2,706 \text{ mV}}}. \quad (17)$$

Rozšířenou standardní nejistotu v relativní míře určíme jednoduše vztahením ke korigované hodnotě měřené veličiny, která v našem případě odpovídá výběrovému průměru měřeného napětí, tj.:

$$\tilde{U} = \frac{U}{U_b} \cdot 100 = \frac{2,706 \cdot 10^{-3}}{1,000} \cdot 100 = \underline{\underline{0,27 \%}}. \quad (18)$$

Správný zápis měření napětí na bočníku v absolutní i relativní míře potom vypadá takto:

$$\underline{\underline{U_b = (1,000 \pm 0,003) \text{ V}}}, \text{ rozšíření } k_r = 2, \quad (19)$$

$$\underline{\underline{U_b = 1,000 \text{ V}}}, \underline{\underline{\tilde{U} = 0,3 \%}}, \text{ rozšíření } k_r = 2. \quad (20)$$

Příklad 17

Určete rozšířené standardní nejistoty v absolutní i relativní míře při měření napětí U o velikosti 12 V, máme-li k dispozici analogový voltmetr s rozsahem 20 V a třídou přesnosti $TP = 0,5$ a



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



číslicový voltmetr s rozsahem 20 V a chybou $\pm(0,05 + 0,01) \%$. Určete, který voltmetr bude z hlediska nejistot přesnější.

Řešení

Nejprve určíme absolutní chyby měření při použití analogového i číslicového měřicího přístroje:

$$|\Delta_{AMP}| = \frac{\delta_{TP} \cdot X_R}{100} = \frac{0,5 \cdot 20}{100} = 0,1 \text{ V}, \quad (21)$$

$$|\Delta_{CMP}| = \frac{|\delta_M \cdot X_M| + |\delta_R \cdot X_R|}{100} = \frac{0,05 \cdot 12 + 0,01 \cdot 20}{100} = 0,008 \text{ V}. \quad (22)$$

Dále určíme standardní nejistoty pro oba měřicí přístroje v absolutní míře:

$$u_{B_{AMP}} = \frac{\Delta_{AMP}}{\chi} = \frac{0,1}{\sqrt{3}} = 0,058 \text{ V}, \quad (23)$$

$$u_{B_{CMP}} = \frac{\Delta_{CMP}}{\chi} = \frac{0,008}{\sqrt{3}} = 0,005 \text{ V}, \quad (24)$$

kde $\chi = \sqrt{3}$ značí rovnoměrné rozložení odchylek při měření napětí oběma přístroji.

Nejistoty typu B v relativní míře obou měřicích přístrojů je potom dána vztahy:

$$u_{B_{AMP_r}} = \frac{u_{B_{AMP}}}{U} \cdot 100 = \frac{0,058}{12} \cdot 100 = 0,48 \%, \quad (25)$$

$$u_{B_{CMP_r}} = \frac{u_{B_{CMP}}}{12} \cdot 100 = \frac{0,005}{12} \cdot 100 = 0,042 \%, \quad (26)$$

Rozšířené relativní nejistoty získáme násobením relativních standardních nejistot koeficientem rozšíření, přičemž standardně uvažujeme $k_r = 2$:

$$\tilde{U}_{AMP} = k_r \cdot u_{B_{AMP_r}} = 2 \cdot 0,48 = 0,96 \%, \quad (27)$$

$$\tilde{U}_{CMP} = k_r \cdot u_{B_{CMP_r}} = 2 \cdot 0,042 = 0,084 \%. \quad (28)$$

Závěrem lze konstatovat, že z hlediska rozšířené relativní nejistoty dosáhneme přesnějšího měření, pokud použijeme číslicový voltmetr ($\tilde{U}_{AMP} > \tilde{U}_{CMP}$).

Příklad 18

Určete hodnotu odporu rezistoru, který měříme $20\times$ za stejných podmínek. Změřené hodnoty odporů jsou uvedeny v tab. 6. Uveďte výsledek měření ve správném tvaru spolu s nejistotou měření.

Tab. 6: Změřené hodnoty odporu rezistoru

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$R \text{ [k}\Omega\text{]}$	4,66	4,72	4,72	4,67	4,65	4,74	4,68	4,75	4,67	4,73
i	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$R \text{ [k}\Omega\text{]}$	4,67	4,66	4,65	4,75	4,73	4,69	4,68	4,66	4,74	4,75



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Příklad 19

Určete rozšířené standardní nejistoty v absolutní i relativní míře při měření proudu I o velikosti 120 mA, máme-li k dispozici analogový ampérmetr s rozsahem 150 mA a třídou přesnosti $TP = 0,5$ a číslicový ampérmetr s rozsahem 200 mA a chybou $\pm(0,1 + 0,05) \%$. Určete, který ampérmetr bude z hlediska nejistot přesnější.

2.4 Odchytky a standardní nejistoty nepřímých měření**Příklad 20**

Vypočítejte mezní odchylku při měření stejnosměrného výkonu pomocí analogového voltmetru s rozsahem 12 V a ampérmetru s rozsahem 1 A, pokud čteme napětí 10 V a proud 0,9 A. Oba přístroje jsou třídy přesnosti 0,5.

Řešení

Z údajů voltmetru a ampérmetru můžeme spočítat měření výkon podle vztahu:

$$P = U \cdot I = 10 \cdot 0,9 = 9 \text{ W.} \quad (29)$$

U součinu dvou přímo měřených veličin platí, že celková mezní relativní odchylka je dána součtem kvadrátů mezních relativních odchylek jednotlivých měření pod odmocninou. Při nepřímém měření výkonu je potom tedy daná vztahem:

$$\delta_P = \sqrt{\delta_{P_U}^2 + \delta_{P_I}^2} = \sqrt{\left(\frac{\delta_{TP_U} \cdot X_{R_U}}{X_{M_U}}\right)^2 + \left(\frac{\delta_{TP_I} \cdot X_{R_I}}{X_{M_I}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0,5 \cdot 12}{10}\right)^2 + \left(\frac{0,5 \cdot 1}{0,9}\right)^2} = \underline{\underline{0,82 \%}}. \quad (30)$$

V absolutní míře je potom mezní odchylka nepřímého měření výkonu dána vztahem:

$$\Delta_P = \frac{\delta_P}{100} \cdot P = \frac{0,82}{100} \cdot 9 = \underline{\underline{0,07 \text{ W}}}. \quad (31)$$

Příklad 21

Vypočítejte odpor rezistoru z hodnot nepřímého měření Ohmovou metodou, pokud na analogovém voltmetru s rozsahem 12 V a třídou přesnosti 0,5 čteme hodnotu 9,6 V a na číslicovém ampérmetru s rozsahem 200 mA a chybou $\pm(0,1 + 0,05) \%$ čteme hodnotu 128 mA. Výsledek měření запиšte ve správném tvaru včetně rozšířené relativní nejistoty v absolutní i relativní míře. Chybu metody zanedbejte.

Řešení

Odpor rezistoru určíme z Ohmova zákona:



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



$$R = \frac{U}{I} = \frac{9,6}{0,128} = 75 \, \Omega. \quad (32)$$

Vypočítáme standardní nejistoty analogového voltmetru a číslicového ampérmetru:

$$u_U = \frac{\delta_{TP} \cdot X_R}{100 \cdot \chi} = \frac{0,5 \cdot 12}{100 \cdot \sqrt{3}} = 0,035 \, \text{V}, \quad (33)$$

$$u_I = \frac{|\delta_M \cdot X_M| + |\delta_R \cdot X_R|}{100 \cdot \chi} = \frac{0,1 \cdot 128 \cdot 10^{-3} + 0,05 \cdot 200 \cdot 10^{-3}}{100 \cdot \sqrt{3}} = 0,132 \, \text{mA}. \quad (34)$$

Standardní nejistotu nepřímého měření odporu Ohmovou metodou určíme ze vztahu:

$$\begin{aligned} u_R &= \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial U} \cdot u_U\right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial I} \cdot u_I\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{I} \cdot u_U\right)^2 + \left(-\frac{U}{I^2} \cdot u_I\right)^2} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{1}{128 \cdot 10^{-3}} \cdot 35 \cdot 10^{-3}\right)^2 + \left(-\frac{9,6}{(128 \cdot 10^{-3})^2} \cdot 132 \cdot 10^{-6}\right)^2} = 284 \, \text{m}\Omega, \end{aligned} \quad (35)$$

a v relativní míře:

$$u_{R_r} = \frac{u_R}{R} = \frac{284 \cdot 10^{-3}}{75} \cdot 100 = 0,38 \, \%. \quad (36)$$

Rozšířená nejistota s koeficientem rozšíření $k_r = 2$ v absolutní a relativní míře potom bude:

$$\begin{aligned} U &= k_r \cdot u_R = 2 \cdot 284 \cdot 10^{-3} = 568 \, \text{m}\Omega, \\ \tilde{U} &= k_r \cdot u_{R_r} = 2 \cdot 0,38 = 0,76 \, \%. \end{aligned} \quad (37)$$

Výsledek měření odporu Ohmovou metodou potom zapíšeme ve tvaru:

$$R = (75,0 \pm 0,6) \, \Omega, k_r = 2, \quad (38)$$

$$R = 75,0 \, \Omega, \tilde{U} = 0,76 \, \%, k_r = 2. \quad (39)$$

Příklad 22

Vypočítejte mezní odchylku při nepřímém měření odporu Ohmovou metodou, pokud na analogovém ampérmetru s rozsahem 200 mA a třídou přesnosti TP = 0,5 čteme hodnotu 150 mA a na číslicovém voltmetru s rozsahem 20 V a chybou $\pm(0,1 + 0,05) \, \%$ čteme hodnotu 18,6 V.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Příklad 23

Určete stejnosměrný výkon zátěže měřením napětí a proudu, pokud na číslicovém voltmetru s $3\frac{3}{4}$ místným displejem, rozsahem 40 V a mezní odchylkou $\pm(0,05 \% + 1 \text{ d.})$ čteme hodnotu 9,8 V a na magnetoelektrickém ampérmetru s rozsahem 120 mA a třídou přesnosti 0,5 čteme 180 dílků ze 200. Výsledek měření výkonu запиšte ve správném tvaru včetně rozšířené standardní nejistoty v absolutní i relativní míře. Odchylku metody zanedbejte.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

3 Analogové měřicí převodníky elektrických veličin

3.1 Bočníky a předřadné rezistory

Příklad 24

Vypočítejte velikost bočníku pro měření stejnosměrného proudu, víte-li, že bude použit ve spojení s magnetoelektrickým měřicím ústrojím s odporem $10\ \Omega$ a proudem na plnou výchylku $1\ \text{mA}$. Požadujeme, aby při měřeném proudu $5\ \text{A}$ ukazovalo měřicí ústrojí poloviční výchylku. Do série s měřicím ústrojím bude zapojen rezistor o hodnotě $100\ \Omega$.

Řešení

Pokud měřicí ústrojí ukazuje poloviční výchylku při proudu $5\ \text{A}$, plné výchylky dosáhne při proudu $I_P = 10\ \text{A}$.

Platí, že pokud chceme zvýšit rozsah ampérmetru n -krát, pro velikost odporu bočníku platí vztah:

$$R_B = \frac{R_{MP}}{n-1}, \quad (40)$$

kde R_{MP} je hodnota sériové kombinace odporu měřicího ústrojí a předřadného odporu daná vztahem:

$$R_{MP} = R_M + R_P = 10 + 100 = 110\ \Omega. \quad (41)$$

Dosadíme-li hodnotu R_{MP} ze vztahu (41) do vztahu (40), dostáváme hodnotu bočníku:

$$R_B = \frac{R_{MP}}{n-1} = \frac{110}{\frac{10}{1 \cdot 10^{-3}} - 1} = 11\ \text{m}\Omega. \quad (42)$$

Příklad 25

Určete velikost předřadného odporu voltmetru pro měření stejnosměrného napětí, víte-li, že se skládá z magnetoelektrického měřicího ústrojí s odporem $2\ \text{k}\Omega$, proudem při plné výchylce $1\ \text{mA}$ a stupnicí 60 dílků. Požadujeme, aby při měřeném napětí $100\ \text{V}$ ukazovalo měřicí ústrojí 40 dílků.

Řešení

Maximální měřená hodnota napětí na rozsahu měřicího přístroje je:

$$X_R = X_M \cdot \frac{\alpha_{\max}}{\alpha} = 100 \cdot \frac{60}{40} = 150\ \text{V}. \quad (43)$$

Při maximální výchylce měřicím přístrojem protéká proud o zadané velikosti $1\ \text{mA}$. Z Ohmova zákona určíme celkový odpor, který bude mít voltmetr s předřadným odporem:



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



$$R_C = \frac{X_R}{I_M} = \frac{150}{1 \cdot 10^{-3}} = 150 \text{ k}\Omega. \quad (44)$$

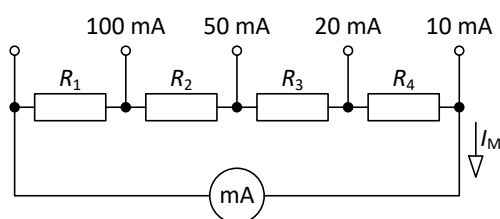
Odpor předřadného rezistoru tedy musí mít hodnotu:

$$R_P = R_C - R_M = 150 \cdot 10^3 - 2 \cdot 10^3 = \underline{\underline{148 \text{ k}\Omega}}. \quad (45)$$

Příklad 26

Nakreslete schéma a vypočítejte hodnoty odporů čtyř-rozsahového ampérmetru s Ayrtonovým bočníkem s rozsahy 10 – 20 – 50 – 100 mA. Měřicí ústrojí má vnitřní odpor $10 \text{ }\Omega$ a na plném rozsahu je na něm úbytek napětí 60 mV.

Řešení



Obr. 8: Navržený Ayrtonův bočník

Schéma Ayrtonova bočníku je nakresleno na obr. 8. Ze zadaných parametrů měřicího přístroje určíme proud odpovídající maximální výchylce:

$$I_M = 60 \text{ mV} / 10 \text{ }\Omega = 6 \text{ mA}.$$

Pro celkový odpor bočníku, tedy pro rozsah 10 mA platí:

$$\begin{aligned} \frac{I_M}{I_{10} - I_M} &= \frac{R_B}{R_M}, \\ \frac{6 \cdot 10^{-3}}{(10 - 6) \cdot 10^{-3}} &= \frac{R_B}{10}, \\ R_B &= 15 \text{ }\Omega. \end{aligned} \quad (46)$$

Při přepnutí na rozsah 20 mA musíme odpor rezistoru R_4 odečíst z odporu bočníku a zároveň ho započítat jako sériový odpor měřicího přístroje. Platí tedy rovnice:

$$\begin{aligned} \frac{I_M}{I_{20} - I_M} &= \frac{R_B - R_4}{R_M + R_4}, \\ R_4 &= \frac{R_B (I_{20} - I_M) - I_M R_M}{I_{20}}, \\ R_4 &= \frac{15 \cdot (20 - 6) \cdot 10^{-3} - 6 \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{20 \cdot 10^{-3}} = \underline{\underline{7,5 \text{ }\Omega}}. \end{aligned} \quad (47)$$

Při přepnutí na rozsah 50 mA musíme odpory rezistorů R_3 a R_4 odečíst z odporu bočníku a zároveň je započítat jako sériové odpory měřicího přístroje. Platí tedy rovnice:



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



$$\frac{I_M}{I_{50} - I_M} = \frac{R_B - R_3 - R_4}{R_M + R_3 + R_4},$$

$$R_3 = \underline{\underline{4,5 \Omega.}} \quad (48)$$

A nakonec pro rozsah 100 mA musíme odpory rezistorů R_2 , R_3 a R_4 odečíst z odporu bočnicku a zároveň je započítat jako sériové odpory měřicího přístroje. Platí tedy rovnice:

$$\frac{I_M}{I_{100} - I_M} = \frac{R_B - R_2 - R_3 - R_4}{R_M + R_2 + R_3 + R_4},$$

$$R_2 = \underline{\underline{1,5 \Omega.}} \quad (49)$$

Nyní už známe všechny rezistory Ayrtonova bočnicku kromě rezistoru R_1 , který určíme jednoduše ze známého celkového odporu:

$$R_1 = R_B - R_2 - R_3 - R_4 = \underline{\underline{1,5 \Omega.}} \quad (50)$$

Příklad 27

Máme za úkol měřit digitálním ampérmetrem s rozsahem 200 mA a vnitřním odporem $1,1 \Omega$ proudy v rozmezí 0 – 10 A. Určete hodnotu odporu bočnicku, který by takové měření umožňoval.

Příklad 28

Miliampérmetr se stupnicí do 15 mA má vnitřní odpor 5Ω . Jak je třeba k přístroji připojit rezistor a jaký odpor musí tento rezistor mít, abychom mohli tímto přístrojem měřit:

- proudy do 150 mA,
- napětí do 150 V.

Příklad 29

Miliampérmetr s vnitřním odporem 50Ω má plnou výchylku při proudu 2 mA. Určete odpory Ayrtonova bočnicku pro měření proudů na rozsazích 10 – 50 – 250 mA.

Příklad 30

Určete hodnoty odporů vícerozsahového voltmetru s předřadnými rezistory, máme-li k dispozici milivoltmetr se základním rozsahem 12 mV a vnitřním odporem $100 \text{ k}\Omega$ a chtěli bychom měřit na rozsazích 1,2 – 2,4 – 6 – 12 V.

3.2 Měřicí zesilovače

Příklad 31

Předpokládejme stejnosměrný napěťový zesilovač, na jehož vstup je připojeno napětí 500 mV. Do vstupu zesilovače teče proud $1 \mu\text{A}$. Na výstupu nezatíženého zesilovače měříme napětí 5 V. Po připojení zatěžovacího rezistoru s odporem $1 \text{ k}\Omega$ výstupní napětí klesne o 0,1 V. Určete napěťové zesílení (v jednotkách dB) a vstupní i výstupní odpor zesilovače.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Řešení

Napět'ové zesílení určíme z poměru výstupního napětí nezatíženého zesilovače a vstupního napětí:

$$A_v = 20 \cdot \log \left(\frac{U_{OUT}}{U_{IN}} \right) = 20 \cdot \log \left(\frac{5}{0,5} \right) = 20 \cdot \log(10) = \underline{\underline{20 \text{ dB}}} . \quad (51)$$

Vstupní odpor zesilovače určíme podle Ohmova zákona ze známých hodnot vstupního napětí a proudu:

$$R_{IN} = \frac{U_{IN}}{I_{IN}} = \frac{0,5}{1 \cdot 10^{-6}} = \underline{\underline{0,5 \text{ M}\Omega}} . \quad (52)$$

Výstupní odpor určíme z poklesu výstupního napětí zesilovače při zatížení známým zatěžovacím odporem. Připojením zatěžovacího odporu na výstup zesilovače dostáváme v podstatě obvod připomínající nezatížený odporový dělič tvořený vnitřním odporem zesilovače a zatěžovacím odporem zesilovače. Pro vnitřní (výstupní) odpor zesilovače potom platí:

$$R_{OUT} = R_Z \frac{U_{20} - U_2}{U_2} = 1000 \frac{5 - 4,9}{4,9} = \underline{\underline{20,4 \Omega}} , \quad (53)$$

kde R_Z je hodnota zatěžovacího odporu, U_2 je výstupní napětí zatíženého zesilovače a U_{20} je výstupní napětí naprázdno.

Příklad 32

Určete vstupní a výstupní odpor střídavého zesilovače napětí ze změřených hodnot vstupního napětí $U_1 = 15 \text{ mV}$, vstupního proudu $I_1 = 2 \mu\text{A}$ a výstupního napětí naprázdno $U_{20} = 3 \text{ V}$. Pokud výstup zesilovače zatížíme odporem $R_Z = 100 \Omega$, výstupní napětí klesne na hodnotu $2,98 \text{ V}$. Dále máme k dispozici změřené hodnoty kmitočtové závislosti zesílení uvedené v tab. 7. Určete hodnotu zesílení v pracovním pásmu zesilovače, dále spodní a horní limitní kmitočty a šířku pásma zesilovače.

Tab. 7: Kmitočtová závislost střídavého zesilovače napětí

f [kHz]	9	25	41	57	73	90	290	490	700	900	916	932	948	964
A_U [dB]	22	25	28	31	34	43	46	46	46	43	34	31	28	25

Příklad 33

Určete výstupní odpor napět'ového zesilovače včetně rozšířené standardní nejistoty měření, pokud napětí naprázdno $U_{20} = 5,000 \text{ V}$ a po zatížení výstupu zesilovače rezistorem s $R = 1 \text{ k}\Omega$ s tolerancí 1% napětí klesne na $U_2 = 4,995 \text{ V}$. K měření napětí byl použit číslicový voltmetr s $4\frac{1}{2}$ místným displejem, rozsahem 20 V a mezní odchylkou $\pm(0,01 \% + 1 \text{ d.})$. Kovarianci měření neuvažujte.



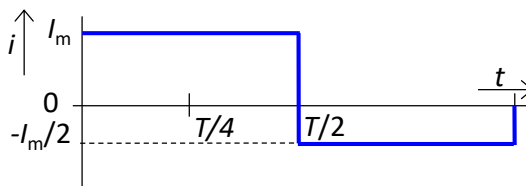
EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



3.3 Převodníky efektivní hodnoty na stejnosměrné napětí

Příklad 34

Určete efektivní, střední a střední absolutní hodnotu proudu zadaného průběhem na obr. 9, je-li $I_m = 3 \text{ A}$. Dále určete činitele tvaru, plnění a výkyvu.



Obr. 9: Průběh obdélníkového napětí

Řešení

Vzhledem k tomu, že zadaný signál podle Obr. 9 není spojitý, musíme ho pro výpočet charakteristických hodnot rozdělit do dvou oblastí, které už můžeme bez problémů integrovat.

Pro efektivní hodnotu proudu platí:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \left(\int_0^{T/2} I_m^2 dt + \int_{T/2}^T \left(\frac{-I_m}{2} \right)^2 dt \right)} = \sqrt{\frac{I_m^2}{T} \left([t]_0^{T/2} + \left[\frac{t}{4} \right]_{T/2}^T \right)} =$$

$$= \sqrt{\frac{I_m^2}{T} \left(\frac{T}{2} - 0 + \frac{T}{4} - \frac{T}{8} \right)} = \underline{\underline{2,372 \text{ A}}}.$$
(54)

Střední hodnota je dána vztahem:

$$I_0 = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} I_m dt + \frac{1}{T} \int_{T/2}^T \left(\frac{-I_m}{2} \right) dt = \frac{I_m}{T} \left([t]_0^{T/2} - \left[\frac{t}{2} \right]_{T/2}^T \right) =$$

$$= \frac{I_m}{T} \left(\frac{T}{2} - 0 - \frac{T}{2} + \frac{T}{4} \right) = \frac{I_m}{4} = \underline{\underline{0,75 \text{ A}}}.$$
(55)

Střední absolutní hodnota je:

$$I_{sa} = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} |I_m| dt + \frac{1}{T} \int_{T/2}^T \left| \frac{-I_m}{2} \right| dt = \frac{I_m}{T} \left([t]_0^{T/2} + \left[\frac{t}{2} \right]_{T/2}^T \right) =$$

$$= \frac{I_m}{T} \left(\frac{T}{2} - 0 + \frac{T}{2} - \frac{T}{4} \right) = \frac{3I_m}{4} = \underline{\underline{2,25 \text{ A}}}.$$
(56)

K výpočtu činitelů tvaru, výkyvu a plnění je využito hodnot vypočítaných výše:

$$k_t = \frac{I}{I_{sa}} = \frac{2,372}{2,25} = \underline{\underline{1,054}},$$
(57)

$$k_v = \frac{I_m}{I} = \frac{3}{2,372} = \underline{\underline{1,265}},$$
(58)



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

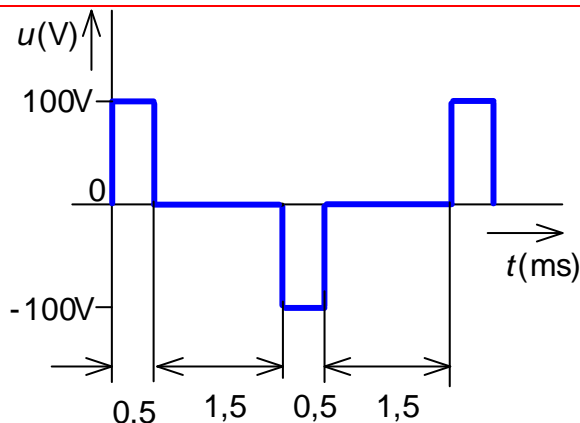


MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

$$k_p = \frac{I_{sa}}{I_m} = \frac{2,25}{3} = \underline{\underline{0,75}}. \quad (59)$$

Příklad 35

Stanovte chybu při měření napětí střídavým magnetoelektrickým voltmetrem s dvoucestným usměrňovačem. Průběh měřeného napětí je na obr. 10.



Obr. 10: Průběh měřeného napětí

3.4 Měřicí transformátory**Příklad 36**

Určete transformační poměr ideálního měřicího transformátoru proudu pro měření proudu v rozsahu do 100 A, máme-li k dispozici měřicí přístroj s rozsahem 200 mA. Vypočítejte mezní absolutní odchylku převodu, pokud je měřicí transformátor zařazen do třídy přesnosti 0,5. Určete mezní zatěžovací impedanci měřicího transformátoru proudu při povoleném zatížení sekundárního obvodu 1 W.

Řešení

Transformační poměr ideálního MTP:

$$p_I = \frac{I_p}{I_s} = \frac{100}{200 \cdot 10^{-3}} = 500. \quad (60)$$

Pro třídu přesnosti 0,5 platí při maximálním měřeném proudu:

$$\Delta_I = \frac{\delta_{TP} \cdot I_p}{100} = \frac{0,5 \cdot 100}{100} = \underline{\underline{0,5 \text{ A}}}. \quad (61)$$

Mezní maximální impedance obvodu připojeného k sekundárnímu vinutí:

$$Z_2 = \frac{P_s}{I_{sn}^2} = \frac{1}{(200 \cdot 10^{-3})^2} = \underline{\underline{25 \Omega}}. \quad (62)$$



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Příklad 37

Měřicí transformátor napětí má na sekundárním vinutí napětí 20 V, pokud je k primárnímu vinutí připojeno jmenovité napětí 1 kV. Opakovaným měřením byla změřena nejvyšší absolutní odchylka měření o velikosti 10 V. Určete transformační poměr, zařaďte MTN do odpovídající třídy přesnosti. Rozhodněte, zda lze k sekundárnímu vinutí připojit voltmetr s vnitřním odporem 1 k Ω , pokud povolené výkonové zatížení sekundárního obvodu transformátoru je 1 W.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

4 Digitalizace, číslicové zpracování a rekonstrukce signálu

4.1 Analogově-číslcové převodníky

Příklad 38

Určete, kolik komparátorů je třeba k realizaci a) převodníku s postupnou komparací a b) paralelního komparačního převodníku při rozlišení 12 bitů.

Řešení

- a) Převodník s postupnou komparací o rozlišení 12 bitů obsahuje 2 šestibitové A/Č převodníky. Každý z nich je realizován $2^{n/2}-1 = 2^6-1 = 63$ komparátory. Celkem bude potřeba $2 \cdot 63 = \underline{126}$ komparátorů.
- b) Paralelní komparační převodník je realizován $2^n-1 = 2^{12}-1 = \underline{4095}$ komparátory.

Příklad 39

Určete chybu převodu stejnosměrného napětí $U = 3$ V se superponovanou rušivou harmonickou složkou o amplitudě 100 mV a kmitočtu 25 Hz převodníkem s dvojitou integrací s periodou integrace 50 Hz.

Řešení

Integrační převodník vyhodnocuje střední hodnotu měřeného signálu s danou periodou integrace. V zadaném případě tedy platí, že střední hodnota měřeného signálu je:

$$U_s = \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} u_{\text{vst}} dt = \frac{1}{0,02} \int_0^{0,02} [3 + 0,1 \cdot \sin(2\pi \cdot 25 \cdot t)] dt = 3,06366 \text{ V} . \quad (63)$$

Absolutní chyba převodu je:

$$\Delta = 3,0637 - 3 = \underline{\underline{0,0637 \text{ V}}} . \quad (64)$$

Relativní chyba převodu je:

$$\delta = \frac{\Delta}{U} \cdot 100 = \frac{0,0637}{3} \cdot 100 = \underline{\underline{2,12 \%}} . \quad (65)$$

Příklad 40

Určete chybu měření převodníkem s dvojitou integrací a dobou integrace 200 ms, pokud měříme stejnosměrné napětí $U = 5$ V, na kterém je superponované rušivé napětí obdélníkového průběhu s následujícími parametry: $f = 20$ Hz, $U_+ = 0,2$ V, $U_- = -0,2$ V, $DC = 50$ %.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Příklad 41

Určete výstupní slovo v binární soustavě osmibitového unipolárního analogově-číslicového převodníku, na jehož vstup je přivedeno napětí $U = 2,75$ V při rozsahu převodníku $U_R = 5$ V. Určete kvantizační chybu převodu.

4.2 Měření základních parametrů periodických signálů**Příklad 42**

Vypočítejte střední, střední absolutní a efektivní hodnotu harmonického napětí o amplitudě 1 V.

Řešení

Vzhledem k tomu, že střední, střední absolutní ani efektivní hodnotu napětí neovlivňuje kmitočet analyzovaného signálu, dosadíme za periodu T např. 1 s.

Střední hodnota napětí:

$$\begin{aligned} U_s &= \frac{1}{T} \int_0^T u dt = \frac{1}{T} \int_0^T \sin(2\pi \cdot f \cdot t) dt = \\ &= \int_0^1 \sin(2\pi t) dt = \left[-\frac{\cos(2\pi t)}{2\pi} \right]_0^1 = \\ &= \frac{1}{2\pi} (-\cos(2\pi) + \cos(0)) = \underline{\underline{0 \text{ V}}} \end{aligned} \quad (66)$$

Střední absolutní hodnota napětí:

$$\begin{aligned} U_{sa} &= \frac{1}{T} \int_0^T |u| dt = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} \sin(2\pi \cdot f \cdot t) dt = \\ &= 2 \int_0^{0,5} \sin(2\pi t) dt = 2 \left[-\frac{\cos(2\pi t)}{2\pi} \right]_0^{0,5} = \\ &= \frac{1}{\pi} (-\cos(\pi) + \cos(0)) = \underline{\underline{0,6366 \text{ V}}} \end{aligned} \quad (67)$$

Efektivní hodnota napětí:



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



$$\begin{aligned}
 U &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \sin^2(2\pi \cdot f \cdot t) dt} = \\
 &= \sqrt{\int_0^1 \sin^2(2\pi t) dt} = \sqrt{\left[\frac{t}{2} - \frac{\sin(4\pi t)}{8\pi} \right]_0^1} = \\
 &= \sqrt{\left[\left(\frac{1}{2} - \frac{\sin(4\pi)}{8\pi} \right) - \left(-\frac{\sin(0)}{8\pi} \right) \right]} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,7071 \text{ V.}
 \end{aligned} \tag{68}$$

Příklad 43

Vypočítejte střední, střední absolutní a efektivní hodnotu harmonického napětí o amplitudě 3 V a stejnosměrné složce 1 V.

Příklad 44

Určete chybu měření napětí, které je dáno součtem dvou harmonických složek U_1 a U_2 s následujícími parametry: $f_1 = 10 \text{ Hz}$, $U_{m1} = 10 \text{ V}$ a $f_2 = 1 \text{ kHz}$, $U_{m2} = 5 \text{ V}$, pokud použijeme voltmetr s šířkou pásma 200 Hz.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

5 Osciloskopy a spektrální analyzátory

5.1 Osciloskop a měřený obvod

Příklad 45

Vypočítejte kapacitu a odpor pasivní osciloskopické sondy, aby dělicí poměr napětí byl 10:1. Vstupní obvod osciloskopu tvoří paralelní kombinace odporu a kapacity o hodnotách $1\text{ M}\Omega$ a 11 pF . Sonda je k osciloskopu připojena koaxiálním kabelem o délce $0,5\text{ m}$ s kapacitou 103 pF/m .

Řešení

Nejprve určíme hodnotu odporu sondy ze známého vstupního odporu osciloskopu a požadovaného dělicího poměru napětí:

$$N = \frac{u_2}{u_1} = \frac{R_i}{R_i + R_s} = \frac{1 \cdot 10^6}{R_i + 1 \cdot 10^6} = \frac{1}{10}. \quad (69)$$

Odpor sondy:

$$R_i = 10R_s - R_i = \underline{\underline{9\text{ M}\Omega}}. \quad (70)$$

Kapacitu sondy určíme z podmínky nezávislosti sondy na kmitočtu měřeného signálu:

$$R_i C_1 = R_i (C_i + C_k). \quad (71)$$

Kapacita sondy:

$$C_1 = \frac{R_i (C_i + C_k)}{R_i} = \frac{1 \cdot 10^6 \cdot (11 \cdot 10^{-12} + 103 \cdot 10^{-12} / 2)}{9 \cdot 10^6} = \underline{\underline{6,944\text{ pF}}}. \quad (72)$$

Příklad 46

Nakreslete, jakým způsobem zobrazí osciloskop s šířkou pásma $BW = 100\text{ MHz}$ průběh obdélníkového napětí se střídou 50% , frekvencí $f = 100\text{ MHz}$ a minimální a maximální úrovní $U_+ = U_- = 2\text{ V}$.

Příklad 47

Vypočítejte odchylku (v absolutní i relativní míře) měření efektivní hodnoty harmonického napětí s $U_m = 10\text{ V}$ a $f = 70\text{ MHz}$ pomocí osciloskopu se šířkou pásma 70 MHz .

Příklad 48



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MT
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Vypočítejte odchylku (v absolutní i relativní míře) při měření efektivní hodnoty harmonického napětí s $U = 12 \text{ V}$ a $f = 12 \text{ MHz}$ pomocí osciloskopu a chybně kompenzované pasivní napěťové sondy, pokud známe parametry sondy ($C_1 = 5 \text{ pF}$, $R_1 = 9 \text{ M}\Omega$), kapacitu koaxiálního kabelu ($C_k = 103 \text{ pF}$) a vstupní parametry osciloskopu ($R_i = 1 \text{ M}\Omega$, $C_i = 12 \text{ pF}$).



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

6 Měření aktivních elektrických veličin

6.1 Měření stejnosměrných napětí

Příklad 49

Určete chybu měření stejnosměrného napětí analogovým voltmetrem s vnitřním odporem $1\text{ k}\Omega$, pokud napětí naprázdno měřeného zdroje je $U_i = 10\text{ V}$ a vnitřní odpor zdroje $R_i = 100\ \Omega$.

Řešení

Absolutní odchylka metody:

$$\Delta_U = U_V - U_i = -U_i \frac{R_i}{R_i + R_V} = -10 \frac{100}{100 + 1000} = \underline{\underline{-0,9091\text{ V}}}. \quad (73)$$

Relativní odchylka metody:

$$\delta_U = \frac{\Delta_U}{U_i} \cdot 100 = \frac{-0,9091}{10} \cdot 100 = \underline{\underline{-9,1\%}}. \quad (74)$$

Příklad 50

Určete vnitřní odpor zdroje a napětí naprázdno, pokud analogovým voltmetrem s vnitřním odporem $1\text{ k}\Omega$ změříme napětí 8 V a číslicovým voltmetrem s vnitřním odporem $1\text{ M}\Omega$ změříme napětí 9 V .

6.2 Měření stejnosměrných proudů

Příklad 51

Určete proud zdroje s vnitřní vodivostí $G_i = 8\text{ mS}$, pokud ampérmetr s vnitřním odporem $R_A = 10\ \Omega$ indikuje hodnotu $I_A = 1,25\text{ A}$.

Řešení

Příklad lze řešit více způsoby. Jedním z nich je určení napětí na ampérmetru:

$$U_A = I_A R_A = 1,25 \cdot 10 = \underline{\underline{12,5\text{ V}}}. \quad (75)$$

Z tohoto napětí jsme schopni určit proud vnitřní vodivosti zdroje:

$$I_i = U_A G_i = 12,5 \cdot 8 \cdot 10^{-3} = \underline{\underline{0,1\text{ A}}}. \quad (76)$$

Proud zdroje je potom dán součtem proudu tekoucího vnitřní vodivostí a ampérmetrem:



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



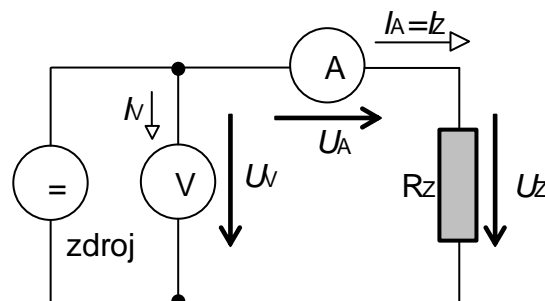
$$I_k = I_i + I_A = 0,1 + 1,25 = \underline{\underline{1,35 \text{ A}}} \quad (77)$$

Příklad 52

Určete odchylku metody při měření proudu tekoucího ze zdroje proudu 800 mA s vnitřním odporem 1 kΩ do odporové zátěže 16 Ω, pokud vnitřní odpor ampérmetru je a) 0,1 Ω, b) 1 Ω a c) 10 Ω.

6.3 Měření výkonu**6.3.1 Měření výkonu stejnosměrného proudu****Příklad 53**

Vypočítejte skutečný výkon zátěže, pokud voltmetr indikuje napětí 10 V, ampérmetr s vnitřním odporem 1 Ω indikuje proud 20 mA. Určete absolutní i relativní odchylku metody a výkon spotřebovaný ampérmetrem.



Obr. 11: Nepřímé měření stejnosměrného výkonu voltmetrem a ampérmetrem ve VA uspořádání

Řešení

Měřicí přístroje jsou zapojeny v uspořádání VA, z čehož plyne, že ampérmetr způsobuje odchylku metody, jelikož na něm vlivem vnitřního odporu vzniká úbytek napětí, který měří voltmetr spolu s úbytkem napětí na zátěži. Voltmetr v tomto případě na odchylku metody nemá vliv.

Výkon zátěže P_z je dán rozdílem výkonu vypočteného z údajů měřicích přístrojů a výkonu spotřebovaného ampérmetrem:

$$P_z = P_{VA} - P_A = U_V \cdot I_A - R_A \cdot I_A^2 = 10 \cdot 0,02 - 1 \cdot 0,02^2 = \underline{\underline{199,6 \text{ mW}}} \quad (78)$$

Výkon spotřebovaný ampérmetrem:

$$P_A = R_A \cdot I_A^2 = 1 \cdot 0,02^2 = \underline{\underline{0,4 \text{ mW}}} \quad (79)$$



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Z uvedených výpočtů přímo vyplývá absolutní odchylka metody, kterou je výkon spotřebovaný ampérmetrem:

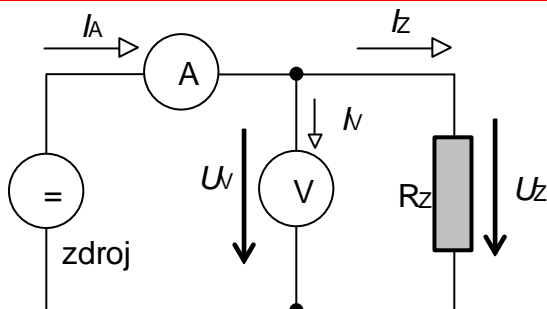
$$\Delta_{P_{VA}} = P_{VA} - P_Z = P_A = 0,2 - 0,1996 = \underline{\underline{0,4 \text{ mW}}}.$$
 (80)

Relativní odchylka metody:

$$\delta_{P_{VA}} = \frac{\Delta_{P_{VA}}}{P_Z} \cdot 100 = \frac{0,4 \cdot 10^{-3}}{199,6 \cdot 10^{-3}} \cdot 100 = \underline{\underline{0,2 \%}}.$$
 (81)

Příklad 54

Vypočítejte skutečný výkon zátěže, pokud ampérmetr indikuje proud 35 mA a voltmetr s vnitřním odporem 100 kΩ indikuje napětí 8 V. Určete absolutní i relativní odchylku metody a výkon spotřebovaný voltmetrem.

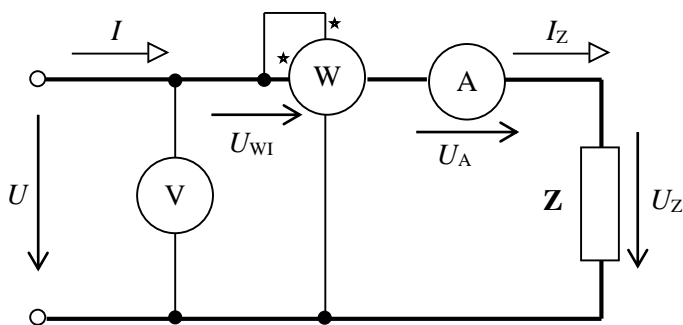


Obr. 12: Nepřímé měření stejnosměrného výkonu voltmetrem a ampérmetrem v AV uspořádání

6.3.2 Měření výkonu střídavého proudu

Příklad 55

Vypočítejte činný, zdánlivý a jalový výkon zátěže, pokud voltmetr indikuje napětí 13,8 V, ampérmetr s vnitřním odporem 1,1 Ω indikuje proud 120 mA a ručička wattmetru ukazuje 100 dílků ze 120 na rozsahu 1,2 W, přičemž odpor proudové cívky wattmetru je 10 Ω. Určete výkon spotřebovaný proudovou cívkou wattmetru, výkon spotřebovaný ampérmetrem, absolutní i relativní odchylku metody při měření činného výkonu.



Obr. 13: Měření výkonu střídavého proudu ve VA uspořádání



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MŠMT
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Řešení

Měření činného výkonu zátěže je v tomto obvodovém uspořádání zatíženo chybou způsobenou výkonem spotřebovaným ampérmetrem a proudovou cívkou wattmetru a lze jej vyjádřit jako:

$$\begin{aligned} P_Z &= P_{VA} - P_{WI} - P_A = \alpha_w \cdot \frac{X_{R_w}}{\alpha_{\max}} - R_{WI} \cdot I_Z^2 - R_A \cdot I_Z^2 = \\ &= 100 \cdot \frac{1,2}{120} - 10 \cdot 0,12^2 - 1,1 \cdot 0,12^2 = \\ &= 1,000 - 0,1440 - 0,01584 = \underline{\underline{840,2 \text{ mW}}}, \end{aligned} \quad (82)$$

přičemž výkon spotřebovaný proudovou cívkou wattmetru je:

$$P_{WI} = R_{WI} \cdot I_Z^2 = 10 \cdot 0,12^2 = \underline{\underline{144,0 \text{ mW}}}, \quad (83)$$

a výkon spotřebovaný ampérmetrem je:

$$P_A = R_A \cdot I_Z^2 = 1,1 \cdot 0,12^2 = \underline{\underline{15,84 \text{ mW}}}. \quad (84)$$

Zdánlivý výkon určíme z údajů voltmetru a ampérmetru po odečtení odchylky metody:

$$\begin{aligned} S_Z &= U_Z \cdot I_Z = (U - U_{WI} - U_A) \cdot I_Z = \\ &= (U - I_Z \cdot R_{WI} - I_Z \cdot R_A) \cdot I_Z = \\ &= (13,8 - 0,12 \cdot 10 - 0,12 \cdot 1,1) \cdot 0,12 = \underline{\underline{1,496 \text{ VA}}}. \end{aligned} \quad (85)$$

Jalový výkon určíme z činného a zdánlivého výkonu:

$$Q_Z = \sqrt{S_Z^2 - P_Z^2} = \sqrt{1,496^2 - 0,8402^2} = \underline{\underline{1,238 \text{ VAr}}}. \quad (86)$$

Absolutní a relativní odchylka metody při měření činného výkonu:

$$\Delta_{P_{VA}} = P_A + P_{WI} = 15,84 \cdot 10^{-3} + 144,0 \cdot 10^{-3} = \underline{\underline{159,8 \text{ mW}}}, \quad (87)$$

$$\delta_{P_{VA}} = \frac{\Delta_{P_{VA}}}{P_Z} \cdot 100 = \frac{159,8 \cdot 10^{-3}}{840,2 \cdot 10^{-3}} \cdot 100 = \underline{\underline{19,0 \%}}. \quad (88)$$



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Příklad 56

Voltmetrem a ampérmetrem byly změřeny hodnoty napětí $U_Z = 12,3 \text{ V}$ a proudu $I_Z = 250 \text{ mA}$. Wattmetr ukazuje hodnotu $2,5 \text{ W}$. Určete zdánlivý, činný a jalový výkon, dále vypočítejte účinník a klasifikujte typ zátěže (odporová/kapacitní/induktivní). Odchytky metody zanedbejte.

Řešení

Činný výkon ukazuje wattmetr, a tedy platí:

$$P_Z = \underline{\underline{2,5 \text{ W}}} . \quad (89)$$

Zdánlivý výkon určíme ze součinu měřeného napětí a proudu:

$$S_Z = 12,3 \cdot 0,25 = \underline{\underline{3,075 \text{ VA}}} . \quad (90)$$

Z tzv. trojúhelníku výkonů určíme jalový výkon:

$$Q_Z = \sqrt{S_Z^2 - P_Z^2} = \sqrt{3,075^2 - 2,5^2} = \underline{\underline{1,790 \text{ VAr}}} . \quad (91)$$

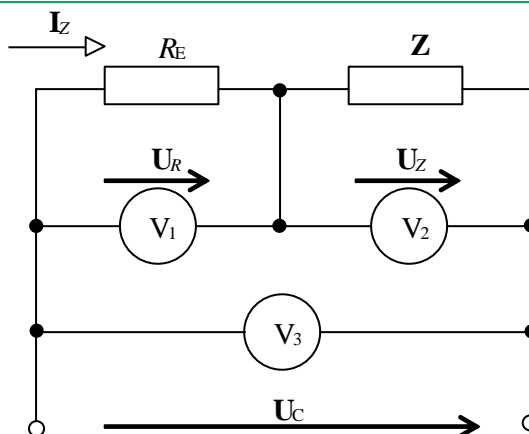
Účinník:

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{2,5}{3,075} = \underline{\underline{0,813}} . \quad (92)$$

Vzhledem k tomu, že účinník $\cos \varphi \neq 1$, nejedná se o čistě odporová zátěž, ale jde o kombinaci odporové a kapacitní nebo induktivní zátěže. Z měření však nejsme schopni určit znaménko fáze mezi napětím a proudem (argument impedance) a tudíž nejsme schopni dále klasifikovat zátěž na částečně kapacitní nebo částečně induktivní.

Příklad 57

Určete činný, zdánlivý a jalový výkon zátěže, pokud $R_E = 10 \Omega$, $U_R = 0,9 \text{ V}$, $U_Z = 1,2 \text{ V}$ a $U_C = 2,0 \text{ V}$.



Obr. 14: Měření výkonu střídavého proudu třemi voltmetry



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Řešení

Nejprve určíme účinník pomocí kosinové věty:

$$\cos \varphi = \frac{U_C^2 - U_R^2 - U_Z^2}{2U_R U_Z} = \frac{2,0^2 - 0,9^2 - 1,2^2}{2 \cdot 0,9 \cdot 1,2} = \underline{0,81}, \quad (93)$$

a dále určíme všechny potřebné výkony:

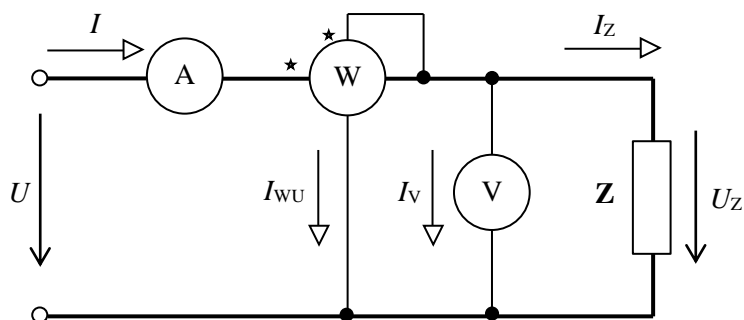
$$P_Z = U_Z \cdot I_Z \cdot \cos \varphi = U_Z \cdot \frac{U_R}{R_E} \cdot \cos \varphi = 1,2 \cdot \frac{0,9}{10} \cdot 0,81 = \underline{\underline{87,48 \text{ mW}}}, \quad (94)$$

$$S_Z = U_Z \cdot I_Z = U_Z \cdot \frac{U_R}{R_E} = 1,2 \cdot \frac{0,9}{10} = \underline{\underline{108,0 \text{ mVA}}}, \quad (95)$$

$$Q_Z = \sqrt{S_Z^2 - P_Z^2} = \sqrt{0,108^2 - 0,08748^2} = \underline{\underline{63,33 \text{ mVAr}}}. \quad (96)$$

Příklad 58

Vypočítejte činný, zdánlivý a jalový výkon zátěže, pokud ampérmetr indikuje proud 100 mA, voltmetr s vnitřním odporem 10 kΩ indikuje napětí 12 V a wattmetru indikuje činný výkon 950 mW, přičemž odpor napěťové cívky wattmetru je 15 kΩ. Určete výkon spotřebovaný napěťovou cívkou wattmetru, výkon spotřebovaný voltmetrem, absolutní i relativní odchylku metody při měření činného výkonu.



Obr. 15: Měření výkonu střídavého proudu v AV uspořádání

Příklad 59

Vypočítejte činný, zdánlivý a jalový výkon zátěže Z, pokud napětí na zátěži $U_Z = 240 \text{ V}$, proud tekoucí do zátěže $I_Z = 1,25 \text{ A}$ a fázový posun mezi napětím a proudem $\varphi = 25^\circ$. Dále vypočítejte účinník a určete charakter zátěže (odporová/kapacitní/induktivní).



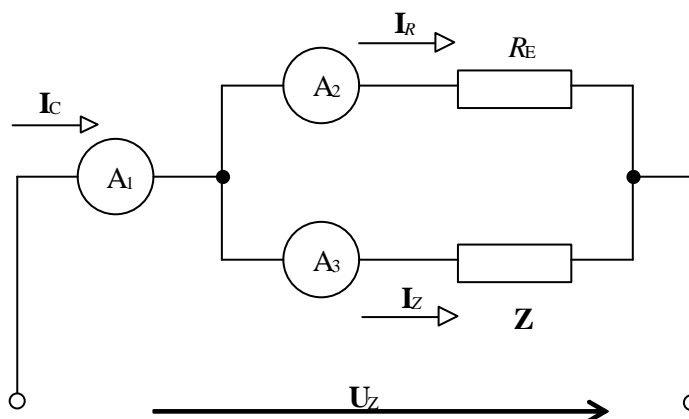
EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Příklad 60

Určete činný, zdánlivý a jalový výkon zátěže, pokud $R_E = 1,2 \text{ k}\Omega$, $I_R = 12 \text{ mA}$, $I_Z = 15 \text{ mA}$ a $I_C = 25 \text{ mA}$.



Obr. 16: Měření výkonu střídavého proudu třemi ampérmetry

Příklad 61

Vypočítejte odchylku metody tří voltmetrů při nepřímém měření zdánlivého výkonu za těchto podmínek: odpor sériově řazeného rezistoru $R_E = 100 \Omega$, vnitřní odpory voltmetrů $R_{V1} = R_{V2} = R_{V3} = 15 \text{ k}\Omega$, napětí na sériovém rezistoru $U_E = 1,5 \text{ V}$, napětí na neznámé impedanci $U_X = 2,6 \text{ V}$ a napětí na generátoru $U = 3 \text{ V}$. Odchylku metody zapište v absolutní i relativní míře.



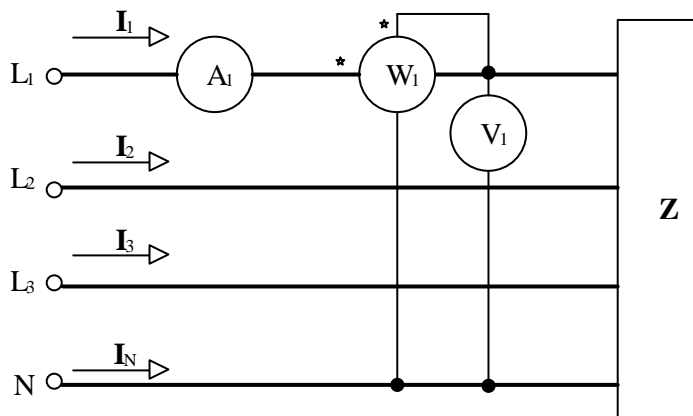
EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



6.3.3 Měření výkonu střídavého proudu v trojfázových soustavách

Příklad 62

Určete činný výkon třífázové souměrné zátěže, pokud ampérmetr s vnitřním odporem $R_A = 1 \Omega$ ukazuje proud $I_A = 600 \text{ mA}$, voltmetr s vnitřním odporem $R_V = 10 \text{ k}\Omega$ ukazuje napětí $U_{Z1} = 229 \text{ V}$ a wattmetr s vnitřním odporem napěťového obvodu $R_{WU} = 15 \text{ k}\Omega$ a vnitřním odporem proudového obvodu $R_{WI} = 15 \Omega$ ukazuje výkon 120 W . Vypočítejte odchylku metody v absolutní i relativní míře.



Obr. 17: Měření činného výkonu souměrné zátěže v souměrné soustavě

Řešení

Činný výkon zátěže přímo ukazuje zapojený wattmetr. Vzhledem k tomu, že se jedná o souměrnou zátěž v souměrné soustavě, celkový činný výkon zátěže při zanedbání odchylky metody je:

$$P = 3 \cdot P_1 = 3 \cdot 120 = \underline{\underline{360 \text{ W}}} . \quad (97)$$

Z uvedeného zapojení plyne, že proudová cívka wattmetru měří součet proudu do zátěže, proudu do voltmetru a proudu do napěťové cívky wattmetru. Odchylku metody zde způsobuje vnitřní odpor voltmetru a vnitřní odpor napěťového obvodu wattmetru. Vnitřní odpory ampérmetru, ani proudového obvodu wattmetru nemají na odchylku metody vliv.

Odchylka metody je dána výkonem spotřebovaným voltmetrem a napěťovou cívkou wattmetru:

$$\Delta_{P_z} = 3 \cdot (P_V + P_{WU}) = 3 \cdot \left(\frac{U_{Z1}^2}{R_V} + \frac{U_{Z1}^2}{R_{WU}} \right) = 3 \cdot \left(\frac{229^2}{10 \cdot 10^3} + \frac{229^2}{15 \cdot 10^3} \right) = \underline{\underline{26,22 \text{ W}}} . \quad (98)$$

Činný výkon zátěže po odečtení odchylky zátěže je potom:

$$P_Z = 3 \cdot P - \Delta_{P_z} = 3 \cdot 120 - 26,22 = \underline{\underline{333,8 \text{ W}}} . \quad (99)$$

Odchylka metody v relativní míře:



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



$$\delta_{P_Z} = \frac{\Delta_{P_Z}}{P_Z} \cdot 100 = \frac{26,22}{333,8} \cdot 100 = \underline{\underline{7,86 \%}}. \quad (100)$$

Příklad 63

Ve čtyřvodičovém zapojení s nesouměrnou zátěží v souměrné síti byly změřeny tyto hodnoty proudů, napětí a činných výkonů: $I_1 = 1,2 \text{ A}$, $I_2 = 1,35 \text{ A}$, $I_3 = 1,1 \text{ A}$, $U_1 = U_2 = U_3 = 230 \text{ V}$, $P_1 = 170 \text{ W}$, $P_2 = 160 \text{ W}$, $P_3 = 200 \text{ W}$. Rozsahy wattmetrů jsou $X_{RWU} = 300 \text{ V}$ a $X_{RWI} = 2 \text{ A}$. Vypočítejte celkový činný výkon zátěže po eliminaci odchylky metody a celkovou nejistotu měření, pokud třída přesnosti všech tří wattmetrů je $TP = 0,5 \%$ a vnitřní odpory voltmetrů napěťových cívek wattmetrů jsou $R_V = R_{WU} = 10 \text{ k}\Omega$.

Řešení

Celkový činný výkon při zanedbání odchylky metody je u nesouměrné zátěže souměrné sítě dán vztahem:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = 170 + 160 + 200 = \underline{\underline{530 \text{ W}}}. \quad (101)$$

Absolutní odchylka metody je dána spotřebou voltmetrů a napěťových cívek wattmetrů:

$$\Delta_P = 3 \cdot \left(\frac{U_1^2}{R_V} + \frac{U_1^2}{R_{WU}} \right) = 3 \cdot \left(\frac{230^2}{10 \cdot 10^3} + \frac{230^2}{10 \cdot 10^3} \right) = \underline{\underline{31,74 \text{ W}}}. \quad (102)$$

Skutečný výkon zátěže po odečtení odchylky metody:

$$P_Z = P - \Delta_P = 530 - 31,74 = \underline{\underline{498,3 \text{ W}}}. \quad (103)$$

Relativní odchylka metody:

$$\delta_P = \frac{\Delta_P}{P_Z} \cdot 100 = \frac{31,74}{498,3} \cdot 100 = \underline{\underline{6,37 \%}}. \quad (104)$$

Standardní nejistota typu B měření činného výkonu v jedné fázi:

$$u_{B_1} = \frac{X_{RWU} \cdot X_{RWI} \cdot TP}{100 \cdot \sqrt{3}} = \frac{300 \cdot 2 \cdot 0,5}{100 \cdot \sqrt{3}} = \underline{\underline{1,732 \text{ W}}}. \quad (105)$$

Standardní rozšířená nejistota typu B nepřímého měření činného trojfázového výkonu:



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



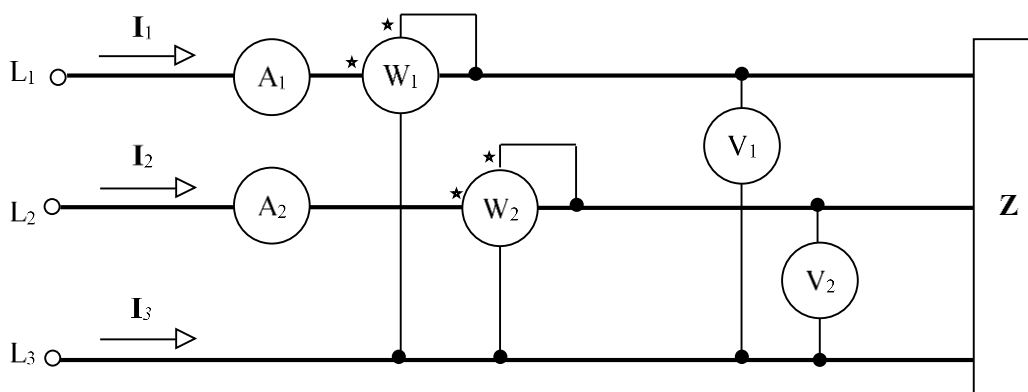
$$\begin{aligned}
 U_{B_P} &= 2 \cdot \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial P_1} u_{B_{P_1}}\right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial P_2} u_{B_{P_2}}\right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial P_3} u_{B_{P_3}}\right)^2} = \\
 &= 2 \cdot \sqrt{3 \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial P_1} u_{B_{P_1}}\right)^2} = 2 \cdot \sqrt{3 \cdot u_{B_{P_1}}^2} = 2 \cdot \sqrt{3 \cdot 3} = \underline{\underline{6 \text{ W}, \quad k = 2.}}
 \end{aligned}
 \tag{106}$$

V relativní míře:

$$\tilde{U}_{B_P} = \frac{U_{B_P}}{P_Z} \cdot 100 = \frac{6}{498,3} \cdot 100 = \underline{\underline{1,21 \%}}, \quad k = 2.
 \tag{107}$$

Příklad 64

Vypočítejte činný výkon trojfázové nesouměrné zátěže, pokud wattmetry zapojené podle Aronova schématu ukazují hodnoty $N_1 = 112 \text{ W}$ a $N_2 = 156 \text{ W}$. Wattmetry jsou doplněny kontrolními ampérmetry a voltmetry v AV uspořádání. Vnitřní odpory voltmetrů i napěťových cívek wattmetrů jsou $10 \text{ k}\Omega$. Voltmetry měřící sdružená napětí ukazují napětí $U_{13} = U_{23} = 400 \text{ V}$. Určete odchylku metody v absolutní i relativní míře.



Obr. 18: Aronovo zapojení pro měření činného výkonu

Řešení

Pokud zanedbáme odchylku metody, je celkový třífázový činný výkon dán součtem výkonů indikovaných oběma wattmetry:

$$P = N_1 + N_2 = 112 + 156 = \underline{\underline{268 \text{ W}}}.
 \tag{108}$$

Odchylku metody způsobují pouze voltmetry svými vnitřními odpory, kterými prochází proud ovlivňující proudový obvod wattmetru.

Výkon spotřebovaný voltmetrem V_1 a voltmetrem V_2 , které měří sdružená napětí mezi 1. a 3. fází, resp. mezi 2. a 3. fází určíme jako:



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



$$P_{V_1} = P_{V_2} = \frac{U_{13}^2}{R_{V_1}} = \frac{400^2}{10 \cdot 10^3} = 16 \text{ W}. \quad (109)$$

Výkon spotřebovaný napěťovou cívku wattmetru W_1 a wattmetru W_2 , které měří sdružená napětí mezi 1. a 3. fází, resp. mezi 2. a 3. fází určíme jako:

$$P_{W_1} = P_{W_2} = \frac{U_{13}^2}{R_{W_1}} = \frac{400^2}{10 \cdot 10^3} = 16 \text{ W}. \quad (110)$$

Absolutní odchylku metody potom určíme odečtením výkonů spotřebovaných voltmetry od výkonů, které ukazují wattmetry:

$$\begin{aligned} \Delta_P &= (N_1 + N_2) - (N_1 - P_{V_1} - P_{W_1} + N_2 - P_{V_2} - P_{W_2}) = \\ &= P_{V_{13}} + P_{V_{23}} + P_{W_1} + P_{W_2} = 4 \cdot 16 = 64 \text{ W}. \end{aligned} \quad (111)$$

Relativní odchylka je potom určena vztažením absolutní odchylky ke skutečné hodnotě činného výkonu:

$$\delta_P = \frac{\Delta_P}{P_Z} \cdot 100 = \frac{\Delta_P}{P - \Delta_P} \cdot 100 = \frac{64}{204} \cdot 100 = 31,4 \%. \quad (112)$$

Příklad 65

Vypočítejte výkon souměrné zátěže zapojené do souměrné sítě s fázovým napětím 230 V a impedancí zátěže $Z_1 = Z_2 = Z_3 = 10 + j0,5 \Omega$. Určete odchylku metody a nejistotu měření (oboje v absolutním i relativním vyjádření) pro AV i VA uspořádání, pokud známe následující parametry použité měřicí techniky:

- ampérmetr A_1 :
 - vnitřní odpor $R_A = 1 \Omega$,
 - rozsah $X_{RA} = 30 \text{ A}$,
 - třída přesnosti $TP_A = 0,5$,
- voltmetr V_1 :
 - vnitřní odpor $R_V = 10 \text{ k}\Omega$,
 - rozsah $X_{RV} = 300 \text{ V}$,
 - třída přesnosti $TP_V = 0,5$,
- wattmetr W_1 :
 - odpor napěťové cívky $R_{WU} = 100 \text{ k}\Omega$,
 - odpor proudové cívky $R_{WI} = 5 \Omega$,



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



- rozsah napěťového obvodu $X_{RWU} = 300 \text{ V}$,
- rozsah proudového obvodu $X_{RWI} = 30 \text{ A}$,
- třída přesnosti $TP_W = 0,5$.

Příklad 66

Vypočítejte výkon trojfázové zátěže s impedancí $Z_1 = 100 + j20 \Omega$, $Z_2 = 90 + j30 \Omega$, $Z_3 = 10 + j0,5 \Omega$ zapojené do souměrné čtyřvodičové sítě s fázovým napětím 230 V. Určete odchylku metody a nejistotu měření (oboje v absolutním i relativním vyjádření) pro AV i VA uspořádání, pokud známe následující parametry použité měřicí techniky:

- ampérmetr:
 - vnitřní odpor $R_A = 1 \Omega$,
 - rozsah $X_{RA} = 30 \text{ A}$,
 - třída přesnosti $TP_A = 0,5$,
- voltmetr:
 - vnitřní odpor $R_V = 10 \text{ k}\Omega$,
 - rozsah $X_{RV} = 300 \text{ V}$,
 - třída přesnosti $TP_V = 0,5$,
- wattmetr:
 - odpor napěťové cívky $R_{WU} = 100 \text{ k}\Omega$,
 - odpor proudové cívky $R_{WI} = 5 \Omega$,
 - rozsah napěťového obvodu $X_{RWU} = 300 \text{ V}$,
 - rozsah proudového obvodu $X_{RWI} = 30 \text{ A}$,
 - třída přesnosti $TP_W = 0,5$.

Použijte minimální počet měřicích přístrojů podle Blondelova teorému pro snížení nejistoty měření a odchylky metody.

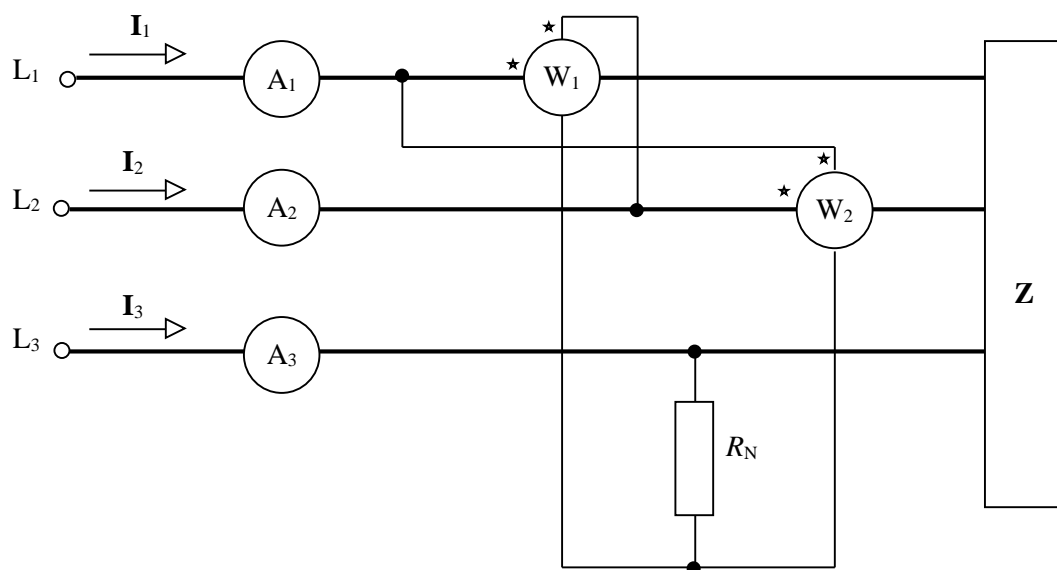
Příklad 67

Určete jalový výkon nesouměrné zátěže při měření v Aronově zapojení, pokud wattmetr W_1 ukazuje výkon $N_1 = 10 \text{ W}$ a wattmetr W_2 ukazuje výkon $N_2 = 12 \text{ W}$. Zhodnoťte, jak ovlivní vnitřní odpory ampérmetrů odchylku metody.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání





Obr. 19: Aronovo zapojení pro měření jalového výkonu



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



7 Měření pasivních elektrických veličin

7.1 Měření odporů

Příklad 68

Vypočítejte odchylku metody a nejistotu měření odporu Ohmovou metodou ve VA uspořádání, pokud voltmetr s vnitřním odporem $100\text{ k}\Omega$ na rozsahu 20 V s mezní odchylkou $\delta = (0,5\% \pm 2\text{ d})$ indikuje napětí $12,0\text{ V}$ a ampérmetr s vnitřním odporem $1,1\text{ }\Omega$ na rozsahu 200 mA s mezní odchylkou $\delta = (0,2\% \pm 1\text{ d})$ indikuje proud 156 mA .

Řešení

Při VA uspořádání způsobuje odchylku metody ampérmetr svým vnitřním odporem, jelikož předřazený voltmetr měření nejen napětí na zátěži, ale také úbytek napětí na ampérmetru. Vnitřní odpor voltmetru je tedy zadáný zbytečně a nemá na odchylku metody ani nejistotu měření vliv.

Odpor vypočítaný z údajů voltmetru a ampérmetru je:

$$R = \frac{U_V}{I_A} = \frac{12}{0,156} = \underline{\underline{76,92\text{ }\Omega}}. \quad (113)$$

Skutečná hodnota odporu je určena odečtením úbytku napětí na ampérmetru z napětí indikovaného voltmetrem:

$$R_{X_{VA}} = \frac{U_V - U_A}{I_A} = \frac{U_V}{I_A} - R_A = \frac{12}{0,156} - 1,1 = \underline{\underline{75,82\text{ }\Omega}}. \quad (114)$$

Absolutní a relativní odchylka metody:

$$\Delta_{R_{X_{VA}}} = R - R_{X_{VA}} = 76,92 - 75,82 = \underline{\underline{1,1\text{ }\Omega}}, \quad (115)$$

$$\delta_{X_{VA}} = \frac{\Delta_{X_{VA}}}{R_{X_{VA}}} \cdot 100 = \frac{1,1}{75,82} \cdot 100 = \underline{\underline{1,45\%}}. \quad (116)$$

Před výpočtem standardní nejistoty měření napětí a proudu musíme určit mezní odchylku z rozsahu v relativní míře (je zadána v digitech). Tu určíme poměrem digitů a počtem kvantovacích kroků přístroje. Voltmetr na rozsahu 20 V indikuje napětí na tři platná místa, počet kvantovacích kroků je tedy 200 ($00,0\text{ V} - 19,9\text{ V}$). Ampérmetr na rozsahu 200 mA indikuje napětí na tři platná místa, počet kvantovacích kroků je tedy 200 ($000\text{ mA} - 199\text{ mA}$).

Standardní nejistota měření napětí a proudu voltmetrem, resp. ampérmetrem:



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



$$u_U = \frac{\Delta_U}{\sqrt{3}} = \frac{\delta_{V_M} \cdot U_V + \delta_{V_R} \cdot X_{V_R}}{\sqrt{3} \cdot 100} = \frac{\delta_{V_M} \cdot U_V + \frac{d}{D} \cdot 100 \cdot X_{V_R}}{\sqrt{3} \cdot 100} =$$

$$= \frac{0,5 \cdot 12 + \frac{2}{200} \cdot 100 \cdot 20}{\sqrt{3} \cdot 100} = \underline{150,1 \text{ mV}},$$
(117)

$$u_I = \frac{\Delta_I}{\sqrt{3}} = \frac{\delta_{A_M} \cdot I_A + \delta_{A_R} \cdot X_{A_R}}{\sqrt{3} \cdot 100} = \frac{\delta_{A_M} \cdot I_A + \frac{d}{D} \cdot 100 \cdot X_{A_R}}{\sqrt{3} \cdot 100} =$$

$$= \frac{0,2 \cdot 0,156 + \frac{1}{200} \cdot 100 \cdot 0,2}{\sqrt{3} \cdot 100} = \underline{0,7575 \text{ mA}}.$$
(118)

Standardní nejistota nepřímého měření odporu v absolutní míře je:

$$u_R = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial U} \cdot u_U\right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial I} \cdot u_I\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{I} \cdot u_U\right)^2 + \left(\frac{U}{I^2} \cdot u_I\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{0,156} \cdot 150,1 \cdot 10^{-3}\right)^2 + \left(\frac{12,0}{(0,156)^2} \cdot 0,7575 \cdot 10^{-3}\right)^2} = \underline{1,032 \Omega}.$$
(119)

Standardní rozšířená nejistota nepřímého měření odporu Ohmovou metodou v absolutním a relativním vyjádření:

$$U_R = k_r \cdot u_R = 2 \cdot 1,032 = \underline{\underline{2,064 \Omega}},$$
(120)

$$\tilde{U}_R = \frac{U_R}{R_{X_{VA}}} \cdot 100 = \frac{2,064}{75,82} \cdot 100 = \underline{\underline{2,73 \%}}.$$
(121)

Odpor změřený nepřímo Ohmovou metodou včetně standardní nejistoty měření:

$$\underline{\underline{R = 75,82 \pm 2,1 \Omega, \quad k = 2,}}$$
(122)

$$\underline{\underline{R = 75,82 \pm 2,73 \%, \quad k = 2.}}$$
(123)

Příklad 69

Vypočítejte hodnotu neznámého odporu měřeného sériovou srovnávací metodou, pokud srovnávací odpor $R_E = 100 \Omega$ s přesností 0,1 %, napětí na měřeném odporu $U_X = 1,2 \text{ V}$ a napětí na etalonovém odporu $U_E = 1,0 \text{ V}$. K měření napětí byl použitý číslicový voltmetr s mezní



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



odchylkou $\delta = (0,05\% \pm 2 \text{ d})$, rozsahem 2 V a 3½ místným displejem. Určete odchylku metody a nejistotu měření odporu.

Řešení

Neznámý odpor určíme z Ohmova zákona:

$$R_X = R_E \cdot \frac{U_X}{U_E} = 100 \cdot \frac{1,2}{1,0} = \underline{\underline{120 \Omega}}. \quad (124)$$

Odchylka metody je srovnávací metodou eliminována. Standardní nejistota měření je dána mezní nejistotou etalonového odporu a nejistotou voltmetru a podle zákona šíření nejistot platí:

$$\begin{aligned} u_R &= \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial R_E} u_{R_E}\right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial U_X} u_{U_X}\right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial U_E} u_{U_E}\right)^2} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{U_X}{U_E} \cdot \frac{\delta_{R_E}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{R_E}{100}\right)^2 + \left(\frac{R_E}{U_E} \cdot \frac{\delta_{V_M} \cdot U_X + \frac{d}{D} \cdot 100 \cdot X_{V_R}}{\sqrt{3} \cdot 100}\right)^2} + \\ &\quad + \left(\frac{-R_E \cdot U_X}{U_E^2} \cdot \frac{\delta_{V_M} \cdot U_E + \frac{d}{D} \cdot 100 \cdot X_{V_R}}{\sqrt{3} \cdot 100}\right)^2} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{1,2}{1,0} \cdot \frac{0,1 \cdot 100}{\sqrt{3} \cdot 100}\right)^2 + \left(\frac{100}{1,0} \cdot \frac{0,05 \cdot 1,2 + \frac{2}{2000} \cdot 100 \cdot 2}{\sqrt{3} \cdot 100}\right)^2} + \\ &\quad + \left(\frac{-100 \cdot 1,2}{1,0} \cdot \frac{0,05 \cdot 1,0 + \frac{2}{2000} \cdot 100 \cdot 2}{\sqrt{3} \cdot 100}\right)^2} = \\ &= \sqrt{(0,06928)^2 + (0,1501)^2 + (-0,1732)^2} = \\ &= \underline{\underline{0,2394 \Omega}}. \end{aligned} \quad (125)$$

Standardní rozšířená nejistota v absolutní a relativní míře je potom:

$$U_R = k_r \cdot u_R = 2 \cdot 0,2394 = \underline{\underline{478,9 \text{ m}\Omega}}, \quad (126)$$

$$\tilde{U}_R = \frac{U_R}{R_X} \cdot 100 = \frac{478,9 \cdot 10^{-3}}{120} \cdot 100 = \underline{\underline{0,4 \%}}. \quad (127)$$



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Změřený odpor včetně nejistoty:

$$\underline{\underline{R_X = 120,00 \pm 0,48 \, \Omega, \quad k = 2,}} \quad (128)$$

$$\underline{\underline{R_X = 120,0 \pm 0,4 \, \%, \quad k = 2.}} \quad (129)$$

Příklad 70

Vypočítejte odchylku metody a nejistotu měření odporu Ohmovou metodou v AV uspořádání, pokud voltmetr s vnitřním odporem $15 \, \text{k}\Omega$ na rozsahu $20 \, \text{V}$ s třídou přesnosti $\text{TP} = 1$ ukazuje napětí $13 \, \text{V}$ a ampérmetr s vnitřním odporem $1,1 \, \Omega$ na rozsahu $10 \, \text{A}$ s mezní odchylkou $\delta = (0,2\% \pm 1 \, \text{d.})$ indikuje proud $2,36 \, \text{A}$ na třímístném displeji.

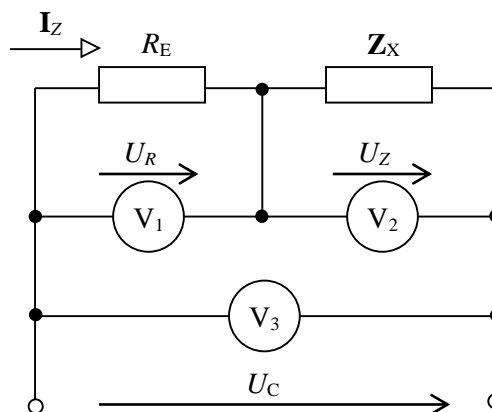
Příklad 71

Vypočítejte hodnotu neznámého odporu měřeného paralelní srovnávací metodou, pokud srovnávací odpor $R_E = 10 \, \text{k}\Omega$ s přesností $0,1 \, \%$, proud měřeným odporem $I_X = 25 \, \text{mA}$ a proud etalonovým odporem $I_E = 38 \, \text{mA}$. K měření proudu byl použitý číslicový ampérmetr s mezní odchylkou $\delta = (0,1\% \pm 2 \, \text{d.})$, rozsahem $40 \, \text{mA}$ a $3\frac{3}{4}$ místným displejem. Určete odchylku metody a nejistotu měření odporu.

7.2 Měření impedancí

Příklad 72

Vypočítejte odchylku metody tří voltmetrů při nepřímém měření modulu impedance za těchto podmínek: odpor sériově řazeného rezistoru $R_E = 10 \, \Omega$, vnitřní odpory voltmetrů $R_{V1} = R_{V2} = R_{V3} = 12 \, \text{k}\Omega$, napětí na sériovém rezistoru $U_E = 1,2 \, \text{V}$, napětí na neznámé impedanci $U_X = 2,4 \, \text{V}$ a napětí na generátoru $U = 3 \, \text{V}$. Odchylku metody zapíšte v absolutní i relativní míře.



Obr. 20: Měření impedance metodou tří voltmetrů



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Řešení

Skutečný modul impedance vypočítáme z Ohmova zákona, přičemž napětí na neznámé impedanci přímo měříme voltmetrem V_2 a proud, který prochází neznámou impedancí, určíme z prvního Kirchhoffova zákona pro uzel mezi impedancí a sériovým rezistorem takto:

$$Z_X = \frac{U_Z}{I_Z} = \frac{U_Z}{\frac{U_R}{R_E} + \frac{U_R}{R_{V1}} - \frac{U_Z}{R_{V2}}} = \frac{2,4}{\frac{1,2}{10} + \frac{1,2}{12 \cdot 10^3} - \frac{2,4}{12 \cdot 10^3}} = 20,017 \, \Omega. \quad (130)$$

Absolutní odchylka metody:

$$\begin{aligned} \Delta_Z = Z_M - Z_X &= \frac{U_Z \cdot R_E}{U_R} - \frac{U_Z}{\frac{U_R}{R_E} + \frac{U_R}{R_{V1}} - \frac{U_Z}{R_{V2}}} = \frac{2,4 \cdot 10}{1,2} - \frac{2,4}{\frac{1,2}{10} + \frac{1,2}{12 \cdot 10^3} - \frac{2,4}{12 \cdot 10^3}} = \\ &= 20 - 20,017 = \underline{\underline{-16,68 \, \text{m}\Omega}}. \end{aligned} \quad (131)$$

Relativní odchylka metody:

$$\delta_Z = \frac{\Delta_Z}{Z_X} \cdot 100 = \frac{-16,68 \cdot 10^{-3}}{20,017} \cdot 100 = \underline{\underline{-0,08 \, \%}}. \quad (132)$$

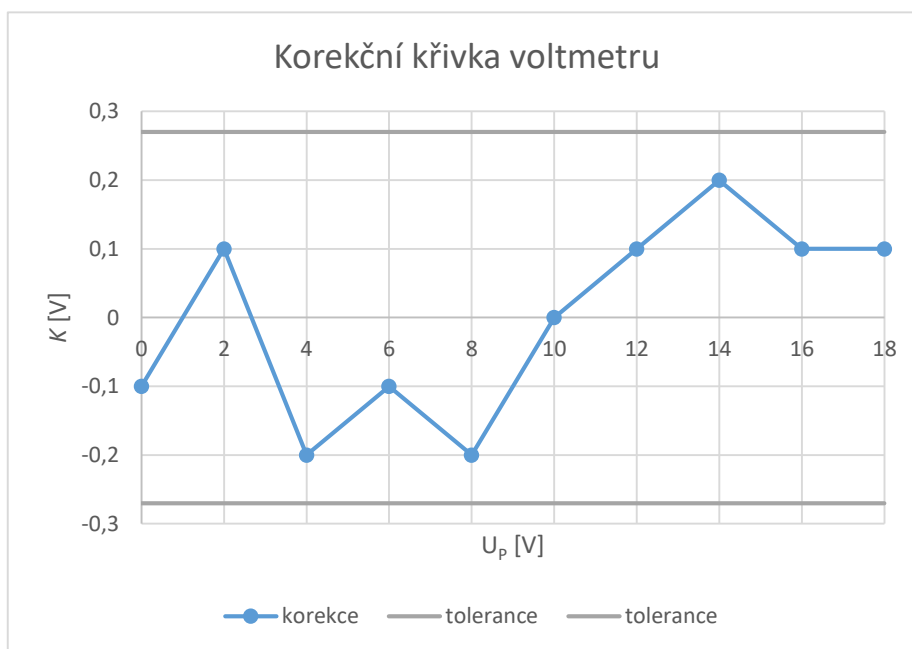


EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Výsledky řešení příkladů

Příklad 1	$U_1 = 13,5 \text{ V}, R_1 = 30 \text{ m}\Omega, I_1 = 450 \text{ A}, G_1 = 33,3 \text{ S}$
Příklad 2	$U_2 = 8 \text{ V}, K = 0,67$
Příklad 3	$U_2 = 7,947 \text{ V}$
Příklad 4	$I_{S1} = 100 \text{ mA}, I_{S2} = 50 \text{ mA}, I_{S3} = 40 \text{ mA}$
Příklad 5	$U_2 = 27,15 \angle 164^\circ \text{ V}, u_2(t) = 38,39 \sin(\omega t + 164^\circ) \text{ V}$
Příklad 6	$N \cong 85, L = 850 \text{ }\mu\text{H}$
Příklad 7	$I_0 = 0,75 \text{ A}, I_{sa} = 2,25 \text{ A}, I = 2,37 \text{ A}, k_t = 1,05, k_v = 1,27$
Příklad 8	řešený příklad v textu
Příklad 9	$K = -\Delta_U = [-0,1; 0,1; -0,2; -0,1; -0,2; 0,0; 0,1; 0,2; 0,1; 0,1]$



$$|\Delta_{TP_{\max}}| = 0,27 \text{ V}, |\Delta_{U_{\max}}| = 0,2 \text{ V}, |\delta_{U_{\max}}| \cong 5,3 \%,$$

K odchylce při měřeném napětí 0 V nepřihlížíme, protože se jedná o systematickou chybu, kterou lze před měřením eliminovat.

Příklad 10	řešený příklad v textu
Příklad 11	řešený příklad v textu



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Příklad 12	$ \Delta_{P_{60V}} = 2,7 \text{ V}$, $ \delta_{P_{60V}} = 2,7 \%$, nejbližší větší třída přesnosti je $\delta_{TP} = 5 \%$
Příklad 13	$ \Delta_V = 0,6 \text{ V}$, $ \delta_V = 2,5 \%$
Příklad 14	$ \Delta_A \cong 0,6 \text{ mA}$, $ \delta_A \cong 0,45 \%$
Příklad 15	$ \Delta_{AMP} = 15 \text{ mV}$, $ \delta_{AMP} = 0,50 \div 1,50 \%$ $ \Delta_{CMP} = 17 \text{ mV}$, $ \delta_{AMP} = 0,55 \div 1,55 \%$ V celém měřeném rozsahu bude přesnější analogový voltmetr, v absolutní míře o 2 mV, v relativní míře o 0,05 %.
Příklad 16	řešený příklad v textu
Příklad 17	řešený příklad v textu
Příklad 18	$R = (4,699 \pm 0,017) \text{ k}\Omega$
Příklad 19	$u_{B_{AMP}} = 0,43 \text{ mA}$, $u_{B_{AMP_i}} = 0,4 \%$, $u_{B_{CMP}} = 0,13 \text{ mA}$, $u_{B_{CMP_i}} = 0,1 \%$ Z hlediska nejistot tedy bude přesnější číslicový ampérmetr ($u_{B_{CMP}} < u_{B_{AMP}}$).
Příklad 20	řešený příklad v textu
Příklad 21	řešený příklad v textu
Příklad 22	$\Delta_R = 0,8484 \Omega$, $\delta_R = 0,68 \%$
Příklad 23	$P = (1,058 \pm 0,008) \text{ W}$, $k = 2$ $P = 1,058 \text{ W}$, $\tilde{U} = 0,67 \%$, $k = 2$
Příklad 24	řešený příklad v textu
Příklad 25	řešený příklad v textu
Příklad 26	řešený příklad v textu
Příklad 27	$R_B = 22,45 \text{ m}\Omega$
Příklad 28	a) rezistor s odporem $0,56 \Omega$ připojíme paralelně (bočník) b) rezistor s odporem $10 \text{ k}\Omega$ připojíme sériově (předřadný rezistor)
Příklad 29	$R_1 = 0,5 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 10 \Omega$
Příklad 30	$R_1 = 9,9 \text{ M}\Omega$, $R_2 = 10 \text{ M}\Omega$, $R_3 = 30 \text{ M}\Omega$, $R_4 = 50 \text{ M}\Omega$
Příklad 31	řešený příklad v textu



Příklad 32	$R_{IN} = 7,5 \text{ k}\Omega$, $R_{OUT} = 0,6711 \text{ }\Omega$, $A_U = 46 \text{ dB}$, $f_{MIN} = 90 \text{ kHz}$, $f_{MAX} = 900 \text{ kHz}$, $B = 810 \text{ kHz}$
Příklad 33	$R_{vyst} = (1,001 \pm 0,491) \text{ }\Omega$, $k = 2$
Příklad 34	řešený příklad v textu
Příklad 35	$\Delta_V = -22,25 \text{ V}$, $\delta_V = -44,5 \text{ }\%$
Příklad 36	řešený příklad v textu
Příklad 37	$p_U = 50$, $TP = 1$, $Z_2 = 400 \text{ }\Omega < 1 \text{ k}\Omega$, připojení voltmetru je možné.
Příklad 38	řešený příklad v textu
Příklad 39	řešený příklad v textu
Příklad 40	$\delta_U = 0 \text{ }\%$, zadané superponované rušivé napětí nemá vliv na chybu měření
Příklad 41	$\Delta_{kv} = \pm 9,727 \text{ mV}$, $N=141_D = 10001101_B$
Příklad 42	řešený příklad v textu
Příklad 43	$U = 2,345 \text{ V}$, $U_s = 1,000 \text{ V}$, $U_{sa} = 2,910 \text{ V}$
Příklad 44	$\Delta_U = -0,835 \text{ V}$, $\delta_U = -10,6 \text{ }\%$
Příklad 45	řešený příklad v textu
Příklad 46	Osciloskop zobrazí harmonický průběh s amplitudou $U_m = 1,801 \text{ V}$
Příklad 47	$\Delta_U = -2,065 \text{ V}$, $\delta_U = -29,2 \text{ }\%$
Příklad 48	$\Delta = -7 \text{ V}$, $\delta = -58,3 \text{ }\%$
Příklad 49	řešený příklad v textu
Příklad 50	$R_i = 125,1 \text{ }\Omega$, $U_i = 9 \text{ V}$
Příklad 51	řešený příklad v textu
Příklad 52	a) $\Delta_I = -12,68 \text{ mA}$, $\delta_I = -1,59 \text{ }\%$, b) $\Delta_I = -13,38 \text{ mA}$, $\delta_I = -1,67 \text{ }\%$ c) $\Delta_I = -20,27 \text{ mA}$, $\delta_I = -2,54 \text{ }\%$
Příklad 53	řešený příklad v textu
Příklad 54	$P_Z = 279,36 \text{ mW}$, $P_V = \Delta_Z = 0,64 \text{ mW}$, $\delta_Z = 0,23 \text{ }\%$



Příklad 55	řešený příklad v textu
Příklad 56	řešený příklad v textu
Příklad 57	řešený příklad v textu
Příklad 58	$P_Z = 926,0 \text{ mW}$, $S_Z = 1,176 \text{ VA}$, $Q_Z = 724,9 \text{ mVAr}$, $P_V = 14,4 \text{ mW}$, $P_{WU} = 9,6 \text{ mW}$, $\Delta_{P_Z} = 24 \text{ mW}$, $\delta_Z = 2,6 \%$
Příklad 59	$P_Z = 271,9 \text{ W}$, $S_Z = 300,0 \text{ VA}$, $Q_Z = 126,8 \text{ VAr}$, $\cos \varphi = 0,9$, zátěž je tvořena odporovou a induktivní složkou
Příklad 60	$\cos \varphi = 0,71$, $P_Z = 153,6 \text{ mW}$, $S_Z = 216,0 \text{ mVA}$, $Q_Z = 151,9 \text{ mVAr}$
Příklad 61	$\Delta_P = 0,19 \text{ mW}$, $\delta_Z = 0,49 \%$
Příklad 62	řešený příklad v textu
Příklad 63	řešený příklad v textu
Příklad 64	řešený příklad v textu
Příklad 65	AV: VA:
Příklad 66	AV: VA:
Příklad 67	$Q_Z = 3,464 \text{ VAr}$, předřazené ampérmetry odchylku metody nezpůsobují, protože úbytky napětí na těchto ampérmetrech nemají vliv na napětí měřené napětíovými obvody wattmetrů.
Příklad 68	řešený příklad v textu
Příklad 69	řešený příklad v textu
Příklad 70	$R = 5,510 \Omega$, $\Delta_R = -2 \text{ m}\Omega$, $\delta_R = -0,04 \%$, $U_R = 105,6 \text{ m}\Omega$, $\tilde{U}_R = 1,92 \%$
Příklad 71	$R = 15,2 \text{ k}\Omega$, odchylka metody je srovnávací metodou eliminována, $U_R = 44,99 \Omega$, $\tilde{U}_R = 0,3 \%$, $k = 2$



Seznam použité literatury

- [1] BARTUŠEK, Karel a kolektiv. *Měření v elektrotechnice*. 2., přeprac. a dopl. vyd. Brno: VUTUM, 2010. ISBN 978-80-214-4160-6.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY