



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

ZPRACOVÁNÍ EDUKAČNÍ AKTIVITY 1

Název aktivity: **Opakované půlení**

Obsah aktivity: Manipulativní práce s kmenovými zlomky v grafických modelech pizza (ciferník, kruh) a čokoláda. Využití izolovaných modelů opakovaného půlení pro zobecnění do generického modelu. Evidence tabulkou.

Cíl aktivity: Zobecnění výsledků opakovaného půlení jak v rámci jednoho modelu, tak mezi modely navzájem. Zjištění, že velikost částí nezávisí na modelu (tvaru).

Doba trvání aktivity: 2 vyučovací hodiny

Věková kategorie nebo třída: 4.

Potřebné pomůcky: kruhový dort, list papíru A4 s předkreslenou kružnicí (co největší poloměr), kancelářské kostky papíru (čtverce), nůžky, pastelky, listy papíru A4, lepidlo, psací pomůcky

Postup realizace aktivity:

Úloha 1a: Máma upekla dort. Ukrojila polovinu a nesla ho sousedům, kde se zdržela na kus řeči. Mezitím přišel domů táta a snědl polovinu kusu dortu, který zůstal v kuchyni. Potom odešel na fotbal. Přišel domů Fanda a snědl polovinu kusu dortu, který našel v kuchyni. Potom odešel do kina. Přišla domů Hanka a snědla polovinu kusu dortu, který uviděla v kuchyni. Potom odešla psát domácí úkoly. Do kuchyně se vlízl jejich Alík, celý zbytek dortu shodil na zem a s chutí sežral. Večer se celá rodina v kuchyni sešla a diskutovali, jakou část dortu kdo snědl. Řekni, jak velkou část dortu snědli jednotliví členové rodiny? Jak velkou část dortu sežral Alík? Byl větší Hančin kus než Alíkův?

Dramatizace: S žáky je možné, ale nikoli nutné, příběh sehrát. Během dramatizace může vzniknout problém, jak kruhový dort přesně rozpůlit. Jednou z možností je obkreslit dort na papír, vystříhnout kruhový model a dále manipulovat s tímto modelem (viz dále manipulace). V dramatizaci však nejde o strategii půlení, ale o pohyb osob kolem dortu. Můžeme nyní připustit „nepřesné půlení“ bez modelu, které budeme v manipulační části precizovat.

Manipulace: Žáci vystříhnou model dortu (kruh), dort dozdobí (domalují ingredience na dortu podle vlastních představ, obr. 1), oddělí (odstříhnou) část pro sousedy, popíší („sousedí“) a nalepí na papír (obr. 2). Dále pokračují dle zadání úlohy, jednotlivé části vždy oddělí (odstříhnou) a popíší postupně „táta“, „Franta“, „Hanka“, „Alík“. Diskutují o velikostech jednotlivých částí a porovnávají Hančin díl s dílem Alíka – všechna argumentace se opírá o manipulaci.



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660



Obr. 1: Dort – vybarveno

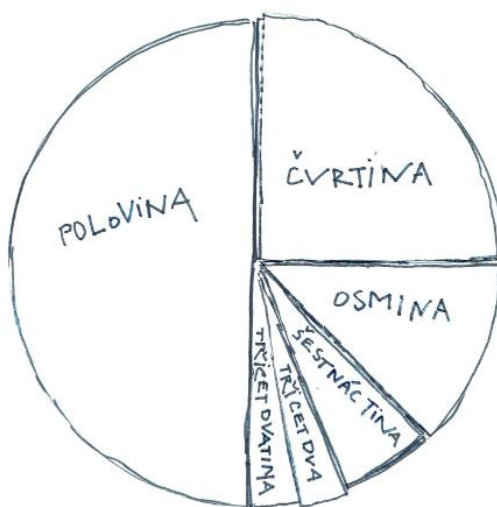


Obr. 2: Dort – rozstříháno, nalepeno

Komentář:

1. Malování dortu můžeme provést v jiné hodině, např. VV nebo PV. Nebo ho můžeme zcela vypustit a pracovat jen s bílými kruhy.
2. Nečekaným problémem může být pro některé žáky přesné rozdělení kruhu na poloviny, žáci bez předchozích zkušeností rozstříhnou kruh „přibližně napůl“. Učitel moderuje diskuzi, jak rozdělit kruh „přesně napůl“.
3. Není nutné určit velikost části Hanky a Alíka (šestnáctina), postačí zjistit, že díly jsou stejné. Pro nadané žáky to však může být zajímavá výzva. Velikost části určí manipulací – např. nanášejí část na kruh a zjistí, že se „vejde“ 16x.

Pokračování úlohy: Žáci mohou zkoumat, jak bude půlení pokračovat. Získají další díly, dokud bude manipulativně možné. Diskutují o velikosti jednotlivých dílů, argumentují manipulativně (dvaatřicetina...), obr. 3. Žák zde zjistil, že díl má velikost $\frac{1}{32}$, ale schází mu matematický jazyk pro vyjádření (zapisuje „třicetidvatina“). I názvy dalších částí obsahují gramatické chyby (čvrtina), nicméně žák princip opakovaného půlení dobře chápe.



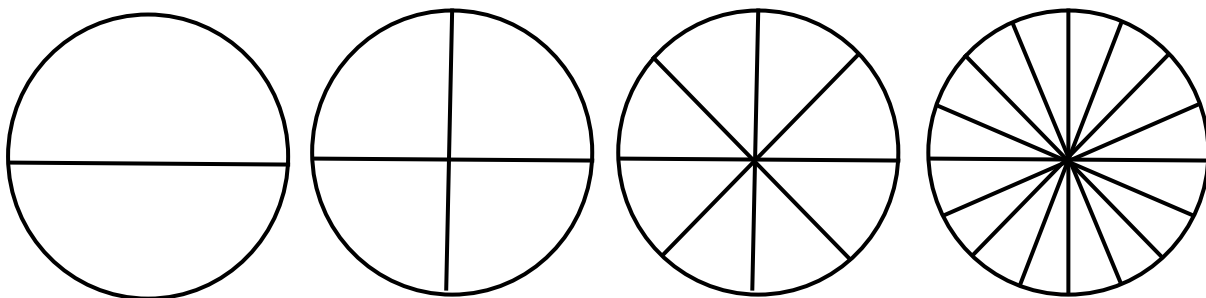
Obr. 3: Určení částí – žakovská práce



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

Komentář: Pojmy „dvatina“, „dvoutina“ namísto správného „polovina“ jsou v řeči žáka přirozeným jevem, dokumentují jeho zobecnění v řadě „dvatina“, třetina, čtvrtina, pětina... výraz „polovina“ byl historicky přijat bez vazby na problematiku zlomků. Učitel opraví (ve vlastních vyjádřeních).

Vyplnění tabulky: Žáci mohou zkušenosti získané manipulací zaznamenat tabulkou. Každý, kolik sloupců dokáže – tab. 1. Tabulka eviduje závislost počtu částí (2. řádek), resp. název části (3. řádek) na počtu půlení (1. řádek). Když kruh rozpůlíme jednou, získáme 2 části, poloviny, když dvakrát, získáme 4 části, čtvrtiny atd., obr. 4. Nadaní žáci vyplní počáteční sloupce, zřejmě najdou závislost čísel v jednom sloupci na předchozím a mohou diskutovat, jak by vyplnili sloupec pro jiný počet půlení (např. 15) bez znalosti sloupce pro 14 půlení a pro libovolný počet půlení (n). Zápis do tabulky předpokládá znalost formálního zápisu zlomku, pokud zatím žáci nemají, mohou vypsát slovy.



Obr. 4a: Půlíme jednou Obr. 4b: Půlíme dvakrát Obr. 4c: Půlíme třikrát Obr. 4d: Půlíme čtyřikrát

Řešení:

počet půlení	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...	15	n
počet částí	2	4	8	16	32	64	128	256	512	...	32 768	2^n
část z celku	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{128}$	$\frac{1}{256}$	$\frac{1}{512}$...	$\frac{1}{32\,768}$	$\frac{1}{2^n}$

Tab. 1

Komentář: Jednotlivé manipulativní pokusy odpovídající sloupcům v tabulce představují izolované modely poznatku, týkajícího se opakovaného půlení. Pokud žák odhalí pravidlo, podle kterého dokáže doplňovat další sloupce, aniž manipuluje, proběhlo u něj zobecnění do generického modelu. Pokud to dokáže jen pomocí sloupce „hned před“, jedná se model procesuální. Pokud pro jakýkoli sloupec (např. pro 15 půlení, aniž potřebuje znát výsledek pro 14 půlení), jedná se o model konceptuální. Práce s písmenem (n) ve významu „všechna přirozená čísla“ již patří do oblasti algebry a bude se jí věnovat matematika 2. stupně. Zde uvádíme jako výzvu pro učitele.

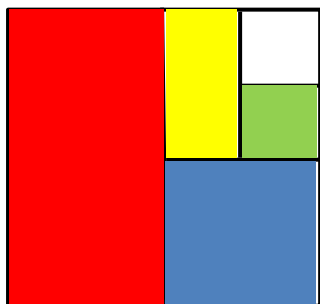
Úloha 2: Čtvercový list papíru rozděl na poloviny, jednu vybarvi červeně. Z nevybarveného zbytku odděl polovinu a vybarvi modře. Z nevybarveného zbytku odděl polovinu a vybarvi



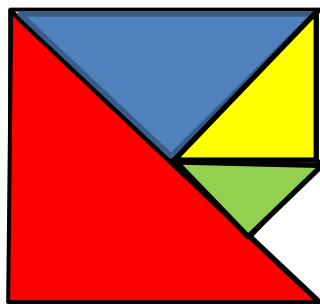
Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

žlutě. Z nevybarveného zbytku odděl polovinu a vybarvi zeleně. Jakou velikost původního čtverce mají jednotlivé části? Z jednotlivých částí sestav čtverec, nalep. Pokus se určit obsahy velkého čtverce i jednotlivých jeho částí.

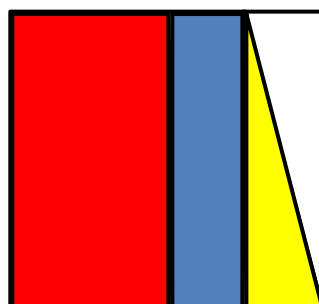
Komentář: Žáci mohou získat různá řešení, lišící se tvarem jednotlivých částí, obr. 5.



Obr. 5a: Půlení čtverce 1



Obr. 5b: Půlení čtverce 2



Obr. 5c: Půlení čtverce 3

Řešení: Úlohu využijeme pro zobecnění poznatku o opakovaném půlení, který žáci získali zkušeností už v úloze 1. Tabulka závislosti počtu částí a velikosti částí na počtu půlení je stejná jako v úloze 1, a to bez ohledu na tvar půleného útvaru (čtverec i trojúhelník, resp. jakýkoliv tvar), tab. 3.

Pro výpočet obsahu čtverce žáci zvolí jednotku měření. V případě 5a se nabízí bílý čtverec, v případě 5b nejmenší trojúhelník, v případě 5c trojúhelník. Obsah čtverce v těchto různých jednotkách uvádíme v tabulce 4. Žák si všimne, že obsah obrazce není závislý na půleném tvaru (obsah poloviny čtverce je stejný při rozpůlení 5a i 5b atd.). Můžeme diskutovat, jak by řada pokračovala pro větší čtverec nebo trojúhelník (32, 64, 128, 256, 512, ...).

počet půlení	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...	15	n
počet částí	2	4	8	16	32	64	128	256	512	...	32 768	2^n
část z celku	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{128}$	$\frac{1}{256}$	$\frac{1}{512}$...	$\frac{1}{32\,768}$	$\frac{1}{2^n}$

Tab. 3

	velký	červený	modrý	žlutý	zelený	bílý
bílé čtverečky	16	8	4	2	1	1
trojúhelníčky	16	8	4	2	1	1

Tab. 4

Doporučení: Při budování schématu zlomků vycházíme vždy z manipulativních činností. V 1. ročníku se opíráme o předškolní zkušenosti žáků (polovina, čtvrtina...), vedeme aktivity k odblokování fixace na tvar (polovina jablka, čtvrtina jablka...) směřujících k zobecnění



***Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660***

pojmu polovina, čtvrtina... např. rozdělení čokolády, koláče, pizzy, skládání papíru, vyznačení části celku v dřívkovém obrazci, spravedlivé rozdělení bonbonů mezi kamarády... Využíváme a střídáme práci na všech dostupných modelech zlomku: čokoláda, koláč, tyč, počet. Později vybarvujeme části celku. Usilujeme, aby žáci neztratili představu velikosti konkrétní části, což je aktuálně jedním z kritických míst matematiky 2. stupně. Pracujeme pouze s kmenovými zlomky, tj. se zlomky, které mají v čitateli číslo 1 (polovina, čtvrtina, třetina, šestina, osmina...). Zlomek až do 4. ročníku formálně nezapisujeme. Od 4. ročníku zlomky porovnáváme, sčítáme a odčítáme, a to v rámci rozšiřujícího učiva kmenové zlomky s různými jmenovateli (pouhé porovnávání, sčítání a odčítání zlomků se stejným jmenovatelem může vést k algoritmizaci postupu bez porozumění). Nekmenový zlomek zavádíme až ve vyšším ročníku (princip genetické paralely: „*Růst stromu matematických znalostí v hlavě jednoho člověka bude úspěšný jen tehdy, zopakujeme-li do určité míry historii rozvoje matematiky.*“ (P. M. Erdnijev, 1978), přičemž v historii matematiky se s kmenovými zlomky vystačilo opravdu velice dlouho.

Teoretická východiska aktivity:

Koncept, proces

Hejný, M., 2014, Vyučování aritmetice orientované na budování schémat, Praha, PedF UK, s. 31 – 38

Jirotková, D., Zemanová, R., 2013, Alternativní koncepce výuky geometrie v primárním vzdělávání, Ostrava, PdF OU, s. 24 – 26

Etapizace poznávacího procesu

Hejný, M., 2014, Vyučování aritmetice orientované na budování schémat, Praha, PedF UK, s. 39 – 73

Jirotková, D., Zemanová, R., 2013, Alternativní koncepce výuky geometrie v primárním vzdělávání, Ostrava, PdF OU, s. 29 – 56

Zlomek, modely zlomku, manipulativní činnosti v různých modelech zlomku, formální zápis zlomku

Hejný, M., 2014, Vyučování aritmetice orientované na budování schémat, Praha, PedF UK, s. 205 – 210

Hejný, M., Krpec, R., 2013, Alternativní koncepce výuky aritmetiky v primárním vzdělávání, Ostrava, PdF OU, s. 69 – 76

Hejný, M. a kol., 2007 – 2011, Učebnice, pracovní sešity, příručky učitele, Matematika pro 1. – 5. ročník ZŠ, Plzeň, Fraus

Učebnice

Hejný, M. a kol., 2009, Matematika pro 1. – 5. ročník ZŠ, Plzeň, Fraus

Zpracovala: RNDr. Renáta Zemanová, Ph.D.



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

ZPRACOVÁNÍ EDUKAČNÍ AKTIVITY 2

Název aktivity: **Sčítání a odčítání zlomků**

Obsah aktivity: Manipulativní sčítání a odčítání kmenových zlomků v modelech čokoláda a pizza (ciferník, kruh).

Cíl aktivity: Vybudování dovednosti každý součet či rozdíl zlomků řešit s využitím vhodného modelu (konstruovat model v závislosti na číslech v úloze a s jeho využitím úlohu správně vyřešit).

Doba trvání aktivity: 2 vyučovací hodiny

Věková kategorie nebo třída: 4.

Potřebné pomůcky: čokoláda (rozdělena na čtverečky/kostičky), ciferník, šablony (čokoláda, ciferník), pastelky, psací pomůcky

Postup realizace aktivity:

Úloha :



Kolik kostiček je v této tabulce čokolády?

Jak velkou částí čokolády je 1 kostička?

Kolik kostiček Adam snědl, když snědl

a) polovinu čokolády?

b) třetinu čokolády?

c) čtvrtinu čokolády?

Je více $\frac{1}{3}$ čokolády nebo $\frac{1}{4}$ čokolády?

Vypočítej pomocí této tabulky čokolády, kolik je

a) $\frac{1}{6} + \frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$

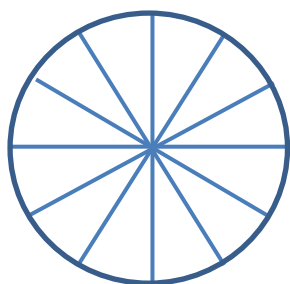
Řešení: Žáci manipulativně řeší. Když rozdělí tabulku na 2 stejné části, spočítají, kolik kostiček obsahuje jedna část ($\frac{1}{2}$ tabulky je 6 kostiček). Analogicky 3 stejné části ($\frac{1}{3}$ tabulky jsou 4 kostičky), 4 stejné části ($\frac{1}{4}$ tabulky jsou 3 kostičky). Když k $\frac{1}{6}$ tabulky, což jsou 2 kostičky, přidají $\frac{1}{4}$ tabulky, což jsou 3 kostičky, dostanou 6 kostiček, což je $\frac{1}{2}$ tabulky. $\frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$. Když z $\frac{1}{3}$ tabulky, což jsou 4 kostičky, odstraní $\frac{1}{4}$ tabulky, což jsou 3 kostičky, zbude jim 1 kostička, což je $\frac{1}{12}$ tabulky. $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$.



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

Komentář: Učitel vede žáky k manipulativnímu sčítání a odčítání zlomků. Tedy s porozuměním, bez použití „pravidel“ o společném násobku apod. Důležité je, aby si žáci dokázali pro výpočet sestavit vhodný model čokolády (orientují se podle jmenovatelů zlomků, které sčítají, resp. odčítají). Teprve na 2. stupni tyto zkušenosti zobecní do pravidla o nejmenším společném násobku, kterému budou dobře rozumět.

Úloha 2: Na kolik částí je rozdělen ciferník hodin? Kolik částí je $\frac{1}{3}$ ciferníku? Kolik částí je $\frac{1}{4}$ ciferníku? Kolik je $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$?



Řešení: Žáci manipulativně řeší. Když rozdělí ciferník na 3 stejné části, spočítají, kolik trojúhelníků obsahuje jedna část ($\frac{1}{3}$ ciferníku jsou 4 trojúhelníky). Analogicky 4 stejné části ($\frac{1}{4}$ ciferníku jsou 3 trojúhelníky). Když z $\frac{1}{3}$ ciferníku, což jsou 4 trojúhelníky, smažu $\frac{1}{4}$ ciferníku, což jsou 3 trojúhelníky, zbude jim 1 trojúhelník, což je $\frac{1}{12}$ ciferníku. $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$.

Úloha 3: Pomocí vhodného modelu zjisti, kolik je

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} =$

e) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} =$

i) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} =$

b) $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} =$

f) $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} =$

j) $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} =$

c) $\frac{1}{6} + \frac{1}{4} =$

g) $\frac{1}{4} - \frac{1}{6} =$

k) $\frac{1}{6} + \frac{1}{4} =$

d) $\frac{1}{8} + \frac{1}{3} =$

h) $\frac{1}{3} - \frac{1}{8} =$

l) $\frac{1}{8} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} =$

Řešení: Použijeme čokolády a) 2 x 3, b) 4 x 3, c) 6 x 4, d) 8 x 3 atd. l) 8 x 3 nebo ciferníky.

Žakovská řešení:

a) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$ ✓

b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1$ ✓

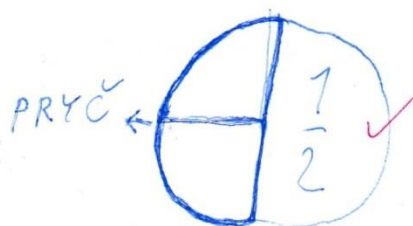
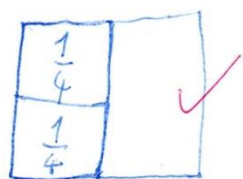
4.



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

a) $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ ✓

b) $1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ ✓



Doporučení: Při budování schématu zlomků vycházíme vždy z manipulativních činností. V 1. ročníku se opíráme o předškolní zkušenosti žáků (polovina, čtvrtina...), vedeme aktivity k odblokování fixace na tvar (polovina jablka, čtvrtina jablka...) směřujících k zobecnění pojmu polovina, čtvrtina... např. rozdělení čokolády, koláče, pizzy, skládání papíru, vyznačení části celku v dřívkovém obrazci, spravedlivé rozdělení bonbonů mezi kamarády... Využíváme a střídáme práci na všech dostupných modelech zlomku: čokoláda, koláč, tyč, počet. Později vybarvujeme části celku. Usilujeme, aby žáci neztratili představu velikosti konkrétní části, což je aktuálně jedním z kritických míst matematiky 2. stupně. Pracujeme pouze s kmenovými zlomky, tj. se zlomky, které mají v čitateli číslo 1 (polovina, čtvrtina, třetina, šestina, osmina...). Zlomek až do 4. ročníku formálně nezapisujeme. Od 4. ročníku zlomky porovnáváme, sčítáme a odčítáme, a to v rámci rozšiřujícího učiva kmenové zlomky s různými jmenovateli (pouhé porovnávání, sčítání a odčítání zlomků se stejným jmenovatelem může vést k algoritmizaci postupu bez porozumění). Nekmenový zlomek zavádíme až ve vyšším ročníku (princip genetické paralely: „*Růst stromu matematických znalostí v hlavě jednoho člověka bude úspěšný jen tehdy, zopakujeme-li do určité míry historii rozvoje matematiky.*“ (P. M. Erdniyev, 1978), přičemž v historii matematiky se s kmenovými zlomky vystačilo opravdu velice dlouho.

Teoretická východiska aktivity:

Hejný, M., 2014, Vyučování aritmetice orientované na budování schémat, Praha, PedF UK, s. 205 – 211

Hejný, M., Krpec, R., 2013, Alternativní koncepce výuky geometrie v primárním vzdělávání, Ostrava, PdF OU, s. 69 – 76

Hejný, M. a kol., 2007 – 2011, Učebnice, pracovní sešity, příručky učitele, Matematika pro 1. – 5. ročník ZŠ, Plzeň, Fraus

Zpracovala: RNDr. Renáta Zemanová, Ph.D.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

ZPRACOVÁNÍ EDUKAČNÍ AKTIVITY 3

Název aktivity: **Modelování zlomků**

Obsah aktivity: Vyznačování a porovnávání kmenových zlomků v modelech čokoláda, pizza (koláč, kruh), tyč a počet.

Cíl aktivity: Porozumění kmenovému zlomku jako částí celku.

Doba trvání aktivity: 6 vyučovacích hodin

Věková kategorie nebo třída: 1. – 2.

Potřebné pomůcky: papír, provázek, nůžky, buchta (obdélníková, čtvercová), pizza (kruhová), dřívka, pastelky, psací potřeby

Postup realizace aktivity:

Se zlomky pracujeme od 1. ročníku, a to na čtyřech modelech:

1. Čokoláda
2. Pizza (koláč, kruh)
3. Tyč
4. Počet

1. model Čokoláda

Úloha 1: Přelož na poloviny/čtvrtiny papírový model (čtverec, obdélník, rovnostranný trojúhelník, rovnoramenný trojúhelník). Vybarvi jednu polovinu/čtvrtinu.

Úloha 2: Přelož na třetiny papírový model (čtverec, obdélník). Vybarvi jednu třetinu.

Úloha 3: Jak spravedlivě rozdělit obdélníkovou (čtvercovou) buchtu mezi 2 kamarády?

Úloha 4:

- a) Sestav z 8 dřivek čtverec. Přiložením dalších dvou dřivek vytvoř další čtverec. Jak velkou částí velkého čtverce je malý čtverec?
- b) Sestav z 6 dřivek (rovnostranný) trojúhelník. Přiložením jednoho dřívka vytvoř další trojúhelník. Přiložením druhého dřívka další trojúhelník. Přiložením třetího dřívka další 2 trojúhelníky. Jak velkou částí velkého trojúhelníka je malý trojúhelník?
- c) Z 12 dřivek sestav 6 trojúhelníků. Jak velkou částí obrazce (šestiúhelníka) je malý trojúhelník?

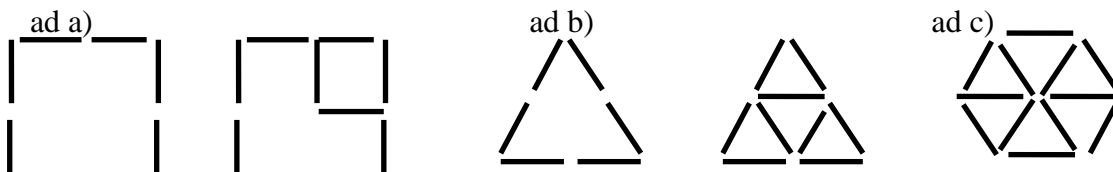
Komentář 1 – 4: Žáci diskutují o počtu různých řešení. Budujeme postupně pojmy polovina, čtvrtina, třetina, šestina (vše možno už v 1. ročníku). Učitel může promyslet úlohu pro pojem osmina. Při dělení buchty využíváme provázek (dělíme po úhlopříčce



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

nebo určíme středy protějších stran) nebo papírový model (přeložíme podle zkušeností z úlohy 1).

Řešení 4:



Úloha 4: V každém obrázku vybarvi polovinu modře, třetinu červeně. Jak velká část zůstane nevybarvena?



Řešení: Nevybarvená zůstane šestina.

Žákovská řešení:



Komentář: Autor posledního řešení dobře chápe, že nezáleží na umístění jednotlivých částí (nemusí být „souvislé“). Když své řešení ukáže a zdůvodní, ostatní žáci převezmou a porozumí také.

Úloha připravuje žáky na operace se zlomky, $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1$. V počátečních ročnících vše manipulativně, bez formálního zápisu zlomku.

2. model Pizza (koláč, kruh)

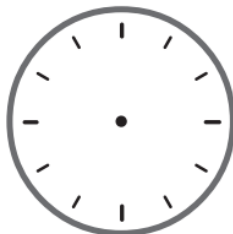
Úloha 1: Jak spravedlivě rozdělit kruhovou pizzu mezi 2 kamarády?

Řešení: Zřejmě jiné řešení než obkreslit a vystříhnout papírový model žáci nenajdou. Dělení kruhu mimo ciferník (nebo jinak fázovaný obvod) je problematické, pomůže vyznačení středu v zadání.

Úloha 2: Vybarvi polovinu, čtvrtinu, třetinu, šestinu kruhu na obrázku.

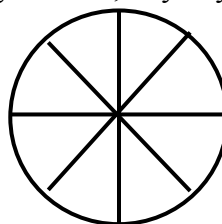


Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660



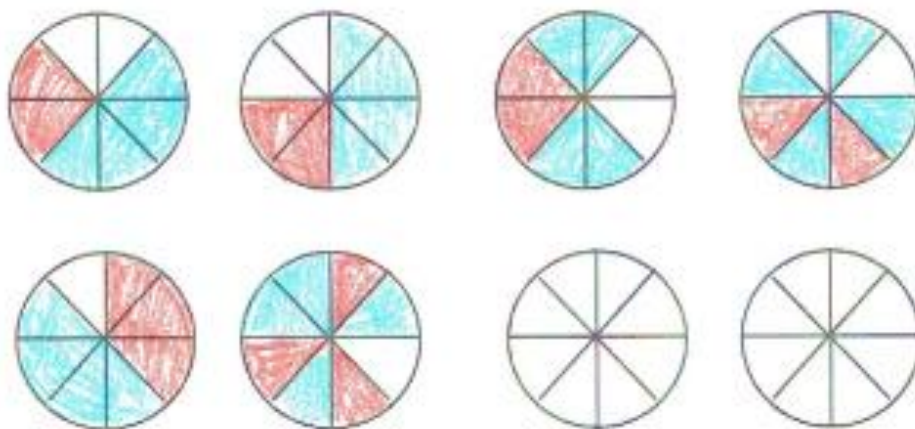
Úloha 3: Jak velká část kruhu na obrázku zůstane nevybarvena, když vybarvíš

- a) polovinu modře a čtvrtinu červeně?
- b) polovinu modře a třetinu červeně?



Řešení: Nevybarvena zůstane a) čtvrtina, b) šestina.

Žakovská řešení, obrázky:



Komentář: Úloha připravuje žáky na operace se zlomky, ad a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1$, ad b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1$. V počátečních ročnících vše manipulativně, bez formálního zápisu zlomku.

3. model Tyč

Úloha 1: Rozpul provázek.

Úloha 2: Provázek rozděl na 3, 4 stejné části.

Úloha 3: Slož proužek papíru na: a) 2 stejné části, b) 4 stejné části, c) 3 stejné části.

Úloha 4: Polovina proužku papíru je vybarvena červeně, polovina zbývajících částí žlutě a zbytek zůstal bílý. Jakou částí proužku papíru je nevybarvená část?

Úloha 5: Polovina proužku papíru je vybarvena červeně, čtvrtina zeleně, polovina zbývajících částí žlutě a zbytek zůstal bílý. Jakou částí proužku papíru je nevybarvená část?



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

Žákovské řešení (úloha 5):



Úloha 6: Třetina proužku papíru je vybarvena červeně, polovina zbývajících částí žlutě a zbytek proužku papíru vybarven není. Jakou částí proužku papíru je nevybarvená část?

Komentář:

- Tyto manipulativní úlohy (provázek, proužek papíru) směřují ve vyšších ročnících do úloh o tyči. Např. Polovina tyče je natřena načerveno, čtvrtina nazeleno a zbytek natřen není. Jak dlouhá je tyč, když nenatřená část měří 12cm?
- Ušli jsme už třetinu trasy. Jak dlouhá je celá trasa, když nám do cíle zbývá 12km?

Když se v úloze kromě v modelu tyč objeví i délky jednotlivých jejích částí, jedná se o kombinaci modelu tyč s modelem počet.

4. Model Počet

Úloha 1: Rozděľ spravedlivě zadaný počet předmětů mezi zadaný počet dětí. Kolik lentilek dostane každé dítě? Např. 6 lentilek mezi 2, 3 děti, 8 lentilek mezi 2, 3, 4 děti, počet postupně zvyšujeme např. 24 lentilek mezi 8 dětí atd.

Komentář: Řešíme manipulativně, se skutečnými předměty nebo jejich modely (fazole, žetony apod.).

Úloha 2 (Hejný a kol. 2010, s. 56): Na parkovišti je několik vozidel. Dvanáctina z nich jsou kamiony, šestina autobusy, čtvrtina motorky a polovina auta. Kolik je kterých, když víme, že: a) všech vozidel je 48, b) aut je 12, c) motorek je 15, d) kamion je 1, e) autobusů je 18.

	všechna	auta	motorky	kamiony	autobusy
		polovina	čtvrtina	dvanáctina	šestina
a)	48	24	12	4	8
b)	24	12	6	2	4
c)	60	30	15	5	10
d)	12	6	3	1	2
e)	108	54	27	9	18



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



***Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660***

Doporučení: Při budování schématu zlomků vycházíme vždy z manipulativních činností. V 1. ročníku se opíráme o předškolní zkušenosti žáků (polovina, čtvrtina...), vedeme aktivity k odblokování fixace na tvar (polovina jablka, čtvrtina jablka...) směřujících k zobecnění pojmu polovina, čtvrtina... např. rozdělení čokolády, koláče, pizzy, skládání papíru, vyznačení části celku v dřívkovém obrazci, spravedlivé rozdělení bonbonů mezi kamarády... Využíváme a střídáme práci na všech dostupných modelech zlomku: čokoláda, koláč, tyč, počet. Později vybarvujeme části celku. Usilujeme, aby žáci neztratili představu velikosti konkrétní části, což je aktuálně jedním z kritických míst matematiky 2. stupně. Pracujeme pouze s kmenovými zlomky, tj. se zlomky, které mají v čitateli číslo 1 (polovina, čtvrtina, třetina, šestina, osmina...). Zlomek až do 4. ročníku formálně nezapisujeme. Od 4. ročníku zlomky porovnáváme, sčítáme a odčítáme, a to v rámci rozšiřujícího učiva kmenové zlomky s různými jmenovateli (pouhé porovnávání, sčítání a odčítání zlomků se stejným jmenovatelem může vést k algoritmizaci postupu bez porozumění). Nekmenový zlomek zavádíme až ve vyšším ročníku (princip genetické paralely: „*Růst stromu matematických znalostí v hlavě jednoho člověka bude úspěšný jen tehdy, zopakujeme-li do určité míry historii rozvoje matematiky.*“ (P. M. Erdnjev, 1978), přičemž v historii matematiky se s kmenovými zlomky vystačilo opravdu velice dlouho).

Teoretická východiska aktivity:

Hejný, M., 2014, Vyučování aritmetice orientované na budování schémat, Praha, PedF UK, s. 205 – 211

Hejný, M., Krpec, R. 2013, Alternativní koncepce výuky aritmetiky v primárním vzdělávání, Ostrava, PdF OU, s. 69 – 76

Hejný, M. a kol., 2007 – 2011, Učebnice, pracovní sešity, příručky učitele, Matematika pro 1. – 5. ročník ZŠ, Plzeň, Fraus

Zpracovala: RNDr. Renáta Zemanová, Ph.D.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

ZPRACOVÁNÍ EDUKAČNÍ AKTIVITY 4

Název aktivity: **Modelování mnohoúhelníků**

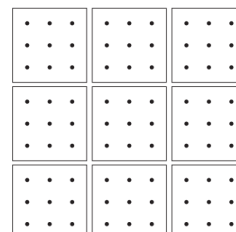
Obsah aktivity: Modelování různých typů mnohoúhelníků na geodesce, pojmenovávání vlastností mnohoúhelníků, určování obsahů mnohoúhelníků.

Cíl aktivity: Uložení pojmu mnohoúhelník – trojúhelník, čtyřúhelník (čtverec, obdélník, kosodélník, lichoběžník), pětiúhelník, šestiúhelník, sedmiúhelník; doplnění schématu mnohoúhelník o představu konvexních a nekonvexních mnohoúhelníků

Doba trvání aktivity: 3 vyučovací hodiny

Věková kategorie nebo třída: 3.

Potřebné pomůcky: geodesky (3x3), gumičky, čtvercová mříž (s vyznačenými pouze průsečíky přímkami), psací a rýsovací potřeby.



Obr. 1: Různé typy geodesek, čtvercová mříž pro práci s geodeskou, Janšová 2018

Čtvercová mříž ke stažení např. zde:

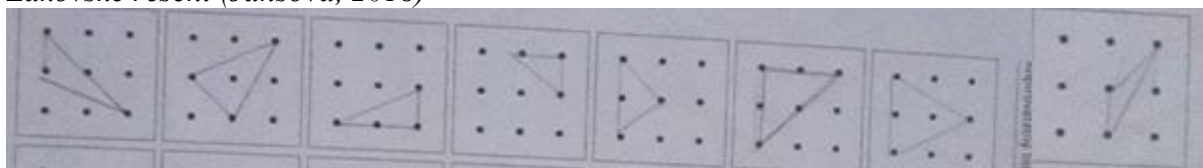
https://www.h-mat.cz/sites/default/files/pomucky/H-MAT_universalni-v20180425.pdf

Postup realizace aktivity:

Úloha 1: Vymodeluj na geodesce pomocí gumičky co nejvíce různých trojúhelníků.

Pozn. Žák vytvoří pomocí jedné gumičky trojúhelník, zaznamená do mříže a skládá další.

Žákovské řešení (Janšová, 2018)

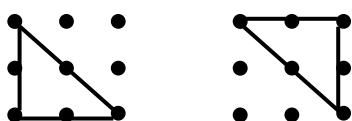


Obr. 2: Trojúhelníky na geodesce – žákovské řešení



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

Komentář: Očekáváme diskuzi o pojmu „různý“, tedy kdy jsou dva trojúhelníky různé. Část žáků považuje za různé i trojúhelníky, které jsou posunuty, otočeny apod., viz obr. 3. Pokud by tyto trojúhelníky byly narýsovány, byly by různé (shodné). Pokud jsou vymodelovány na geodesce, dostaneme se pohybem geodesky z jedné polohy do druhé a je užitečné je považovat za stejné (jsou shodné). Protože geodeska není formálním geometrickým nástrojem, tím budou až konstrukce na papír, můžeme žákům ponechat jejich názor. Kdo je považuje za stejné, bude mít méně řešení (v tomto případě 8), obr. 2.

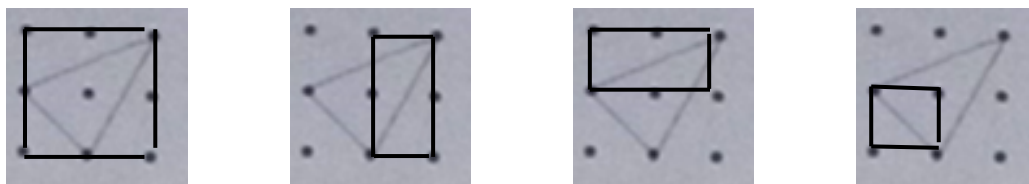


Obr. 3: Jsou trojúhelníky různé?

Úloha 2 (Sova): Jeden z žáků, příp. učitel je moudrá sova (odpovídá na otázky ostatních žáků ano / ne). Žáci se ptají s cílem uhodnout trojúhelník, na který sova myslí.

Komentář: Cílem aktivity je motivace pro konstrukci geometrického jazyka. Žáci ho nemají, ale dostávají se v průběhu hry do situace, že jim schází pro přesné vyjádření. Sami ho tvoří a později dovedou do formální geometrické podoby.

Doplnění: Učitel může doplnit otázkou, jaký obsah jednotlivé trojúhelníky mají. Žáci obsah určují ve čtvercích. Zjistit obsah některých trojúhelníků je snadné, např. obr. 3 (obsah trojúhelníka jsou 2 čtverce), jiné vyžadují hlubší vhled do problematiky – vhodné by bylo použít metodu rámování, blíže v aktivitě „Obsahy“.



Obr. 4: metoda rámování pro určení obsahu

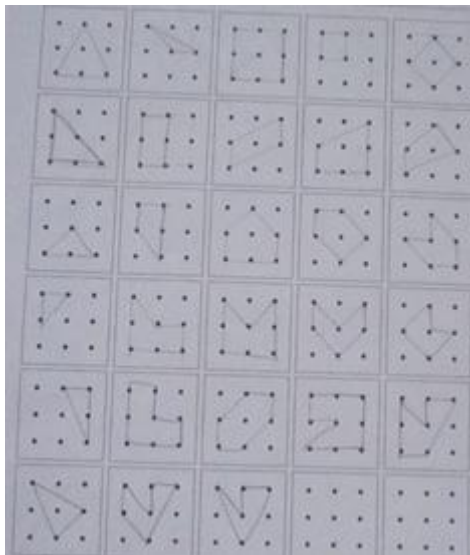
Modifikace: Můžeme tvořit co nejvíce různých čtverců, obdélníků. Určit obsahy bude snazší než v případě trojúhelníků.

Úloha 3: Které mnohoúhelníky lze na geodesce vytvořit? Pojmenuj je.

Žákovské řešení (Janšová, 2018):



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

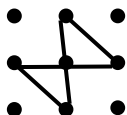


Obr. 5: Mnohoúhelníky na geodesce – žákovské řešení

Komentář: Trojúhelník, čtverec, obdélník, pětiúhelník, šestiúhelník, sedmiúhelník. Některé budou nekonvexní, tento pojem se zavádí až v 5. ročníku, ale žáci už nyní umí nekonvexní útvary od konvexních odlišit. Používají vyjádření „vykousnutý“ apod. Učitel sleduje, zda žák správně určuje počet vrcholů – někdy mají žáci tendenci vrcholy u nekonvexních úhlů nepočítat nebo počítat i vrcholy, přes které vede gumička (rovně).

Někteří žáci znají klasifikaci mnohoúhelníků, rozlišují trojúhelník rovnoramenný; pravoúhlý, tupouhlý, ostroúhlý; lichoběžník pravoúhlý, rovnoramenný; kosodélník... Pro některé žáky může být překvapením, že na geodesce nelze vytvořit rovnostranný trojúhelník nebo kosočtverec.

Některý žák může chybně za mnohoúhelník považovat útvar s „překříženou“ hranicí, např. obr. 6. Doporučujeme nechat argumentovat ostatní žáky, proč se nejedná o jeden mnohoúhelník. Použijí mnoho různých vysvětlení s vlastními zatím neformálními pojmy. Učitel vychází z definice mnohoúhelníka: „... ohraničen jednoduchou uzavřenou lomenou čarou.“ Tato lomená čára jednoduchá není.



Obr. 6: Toto jsou dva trojúhelníky

Doplnění: Můžeme nechat žáky mnohoúhelníky v mříži vybarvit. Toto podporuje představu žáků, že mnohoúhelník netvoří jen jeho hranice (gumička), ale i vnitřní oblast touto hranicí vymezená.

Můžeme nechat žáky určit obsahy mnohoúhelníků.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



***Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660***

Teoretická východiska aktivity:

Hejný, M. a kol., 2007 – 2011, Učebnice, pracovní sešity, příručky učitele, Matematika pro 1. – 5. ročník ZŠ, Plzeň, Fraus

Janšová, E., 2018, nepublikováno

Jirotková, D., Zemanová, R., 2013, Alternativní koncepce výuky geometrie v primárním vzdělávání, Ostrava, PdF OU

Zpracovala: RNDr. Renáta Zemanová, Ph.D.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

ZPRACOVÁNÍ EDUKAČNÍ AKTIVITY 5

Název aktivity: **Mnohoúhelníky v tangramu**

Obsah aktivity: Obsah mnohoúhelníků, chirurgie mnohoúhelníků

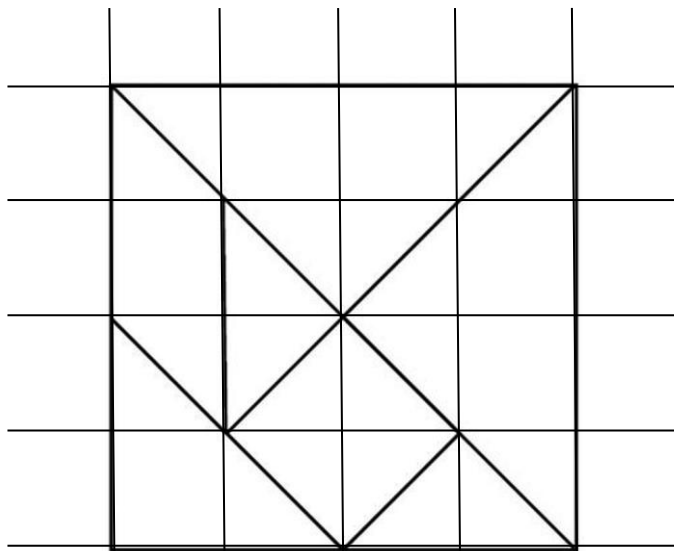
Cíl aktivity: Určení obsahu mnohoúhelníků ve čtvercové mříži, zkušenosti s rozdělováním a skládáním mnohoúhelníků.

Doba trvání aktivity: 3 vyučovací hodiny

Věková kategorie nebo třída: 3. – 4.

Potřebné pomůcky: tangram (stavebnice), čtvercová mříž s vyznačenými mnohoúhelníky tangramu, čtvercová mříž čistá, psací a rýsovací pomůcky

Motivace: Tangram je starou čínskou hračkou. Legenda vypráví o řemeslníkovi, který upustil dlaždici, a ta se rozbila na sedm kousků. Řemeslník se snažil kousky znovu složit a dlaždici slepit. Uviděl ho císař a v práci řemeslníka si našel zábavu



Obr. 1: Tangram v čtvercové mříži

Čtvercová mříž ke stažení např. zde:

https://www.h-mat.cz/sites/default/files/pomucky/H-MAT_universalni-v20180425.pdf

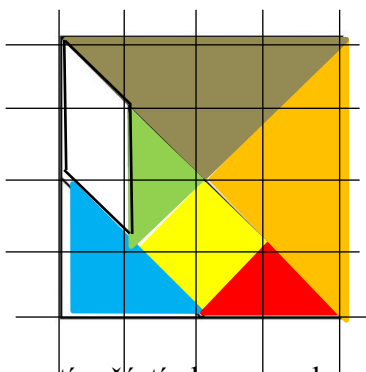
Postup realizace aktivity:



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

Komentář: Chirurgie mnohoúhelníků patří k důležitým zkušenostem, na základě žák nejen rozvíjí prostorovou představivost, ale později buduje vzorce pro výpočet jejich obsahů.

Úloha 1: Přerýsuj obrázek do čtvercové mříže, jednotlivé díly rozstříhej a vyrob si tak vlastní tangram. Jednotlivé dílny vybarvi každý jinou barvou. Urči obsah jednotlivých dílů. Urči, jakou část celého tangramu (velkého čtverce) je každý z dílů.

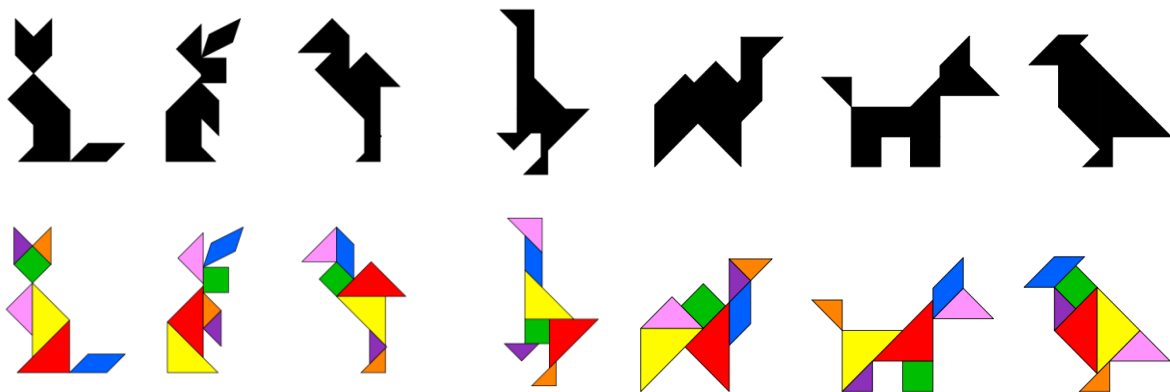


Řešení: Obsahy žáci určují přesunutím částí obrazce nebo metodou rámování, jednotkou obsahu je čtverec. Velikosti částí manipulativně (kolikrát se část vejde) nebo v modelu počet. Výsledky mohou evidovat tabulkou. Díl tangramu identifikují barvou.

	trojúhelník					čtverec	kosodélník
	hnědý	oranžový	modrý	zelený	červený	žlutý	bílý
obsah (č)	4	4	2	1	1	2	2
část	čtvrtina	čtvrtina	osmina	šestnáctina	šestnáctina	osmina	osmina

Komentář: Až se žáci seznámí s formálním zápisem zlomku (4., 5. ročník), mohou zapsat rozklad $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = 1$. V obrázku mohou pozorovat vztahy mezi zlomky, např. $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$, $\frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{1}{8}$ atd.

Úloha 2: Slož z jednotlivých dílů tangramu obrázek podle předlohy. Musíš použít všechny díly.





Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

Komentář: Ve stavebnicích nebo na internetu najdeme velké množství předloh, které lze z dílů tangramu složit. Skládat podle černých předloh je mnohem obtížnější, náročnost úlohy může učitel volit podle schopností žáků. Úloha je zařazena jako motivační.

Úloha 3: Spojením alespoň dvou útvarů tangramu vytvoř a) čtverec, b) trojúhelník, c) obdélník, d) kosodélník, e) pětiúhelník, f) šestiúhelník. Hledej více řešení.

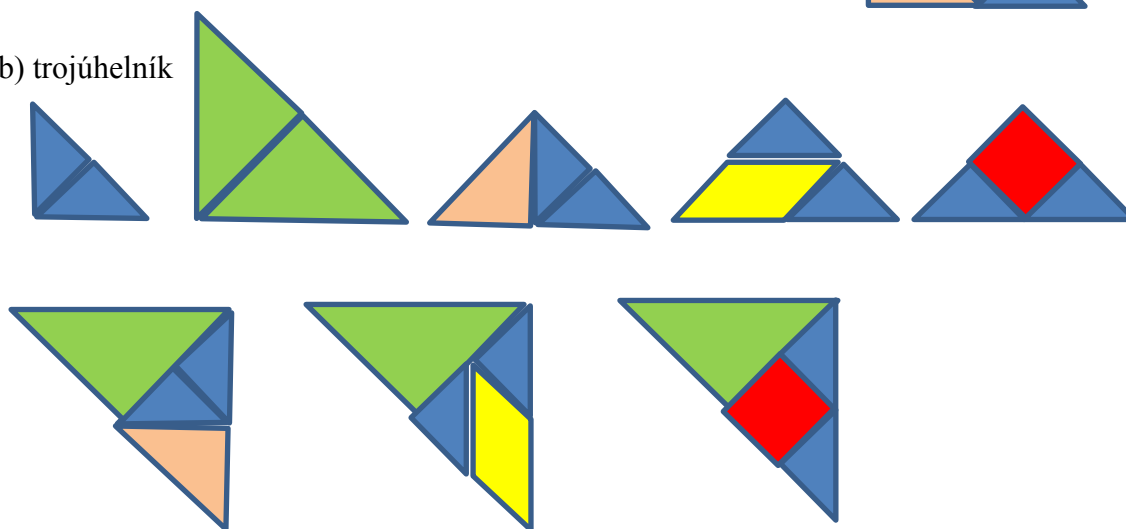
Komentář: Pro žáky je důležitá manipulace. Se stavebnicí nebo jednotlivými útvary tangramu vystříženými z papíru.

Řešení:

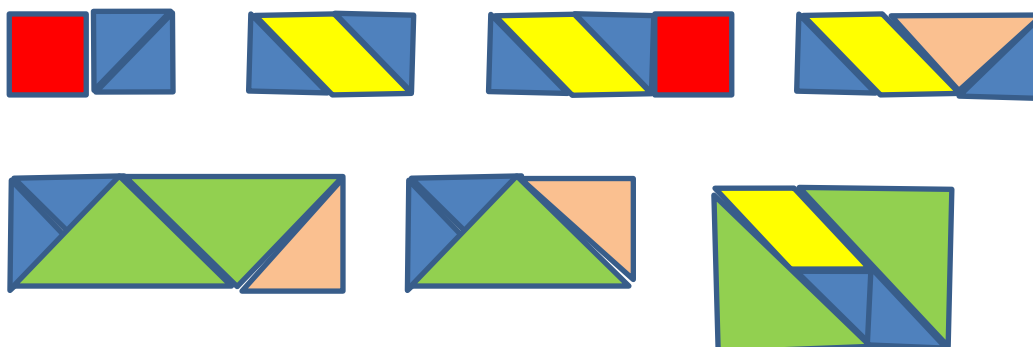
ad a) čtverec



ad b) trojúhelník



ad c) obdélník



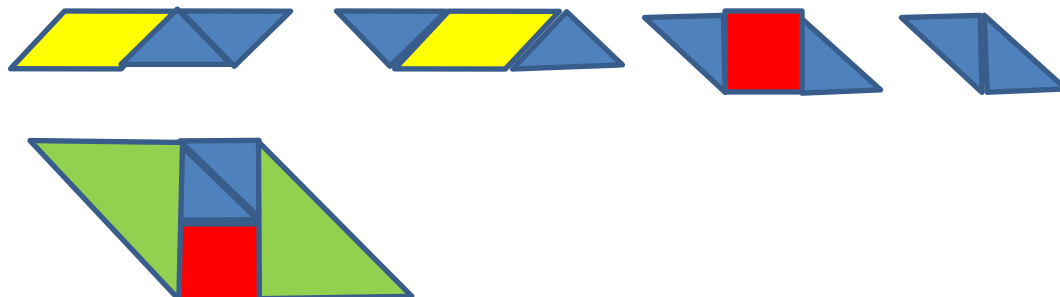


EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

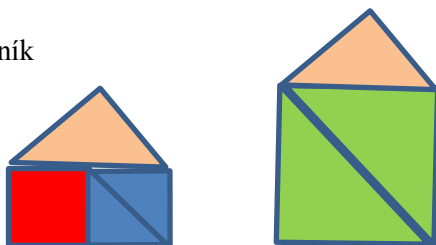


***Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660***

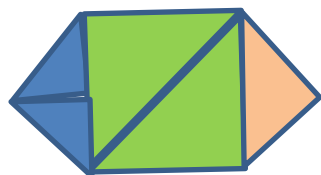
ad d) kosodélník



ad e) pětiúhelník



ad f) šestiúhelník



Teoretická východiska aktivity:

Hejný, M. a kol., 2007 – 2011, Učebnice, pracovní sešity, příručky učitele, Matematika pro 1. – 5. ročník ZŠ, Plzeň, Fraus

Jirotková, D., Zemanová, R., 2013, Alternativní koncepce výuky geometrie v primárním vzdělávání, Ostrava, PdF OU, s. 29 – 56

<https://all-free-download.com/free-vector/tangram.html>

Zpracovala: RNDr. Renáta Zemanová, Ph.D.



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

ZPRACOVÁNÍ EDUKAČNÍ AKTIVITY 6

Název aktivity: **Vzájemná poloha přímek a bodů v rovině**

Obsah aktivity: Modelování bodů, přímek a jejich vzájemné polohy skládáním papíru.

Cíl aktivity: Zkušenosti s manipulativní konstrukcí rovnoběžných, různoběžných a kolmých přímek v rovině.

Doba trvání aktivity: 2 vyučovací hodiny

Věková kategorie nebo třída: 4.

Potřebné pomůcky: listy kancelářského papíru A4, kancelářská kostka – bloček, psací potřeby

Postup realizace aktivity:

Pozn.: Všechny úlohy žáci řeší pouze skládáním papíru, překlady modelují přímkami. Výsledné řešení provedou na A4, pro pokusy mohou použít papíry z kancelářské kostky.

Úloha 1: Přelož list papíru (A4) tak, aby překlad nebyl rovnoběžný s žádným jeho okrajem. Překlad je modelem přímky, popiš ji *a*.

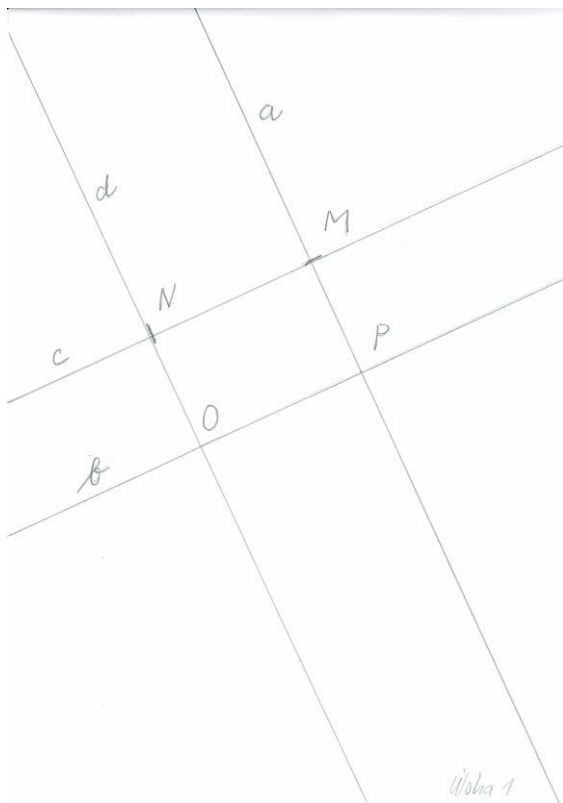
- Přeložením vymodeluj přímku *b*, která je kolmá na přímkou *a*. Průsečík přímek označ *P*. (*konstrukce kolmice*)
- Vyznač bod *M* tak, aby ležel na přímce *a*. Přeložením vymodeluj přímku *c*, která je kolmá na přímkou *a* a prochází bodem *M*. (*konstrukce kolmice bodem na přímce*)
- Vyznač bod *O* tak, aby ležel na přímce *b* a neležel na přímce *a*. Přeložením vymodeluj přímku *d*, která je kolmá na přímkou *c* a prochází bodem *O*. (*konstrukce kolmice bodem mimo přímku*)
- Doplň do tabulky vztahy mezi přímkami.

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
<i>a</i>	<i>totožné</i>			
<i>b</i>	<i>kolmé</i>			
<i>c</i>	<i>kolmé</i>			
<i>d</i>	<i>rovnoběžné</i>			

- Průsečík přímky *d* s přímkou *c* označ *N*. Jak bys přesněji pojmenoval geometrický útvar s vrcholy v bodech *M*, *N*, *O*, *P*? Zdůvodni.



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660



Obr. 1: Úloha 1

Úloha 2: Přelož list papíru (A4) tak, aby překlad nebyl rovnoběžný s žádným jeho okrajem. Překlad je modelem přímky, popiš ji *a*.

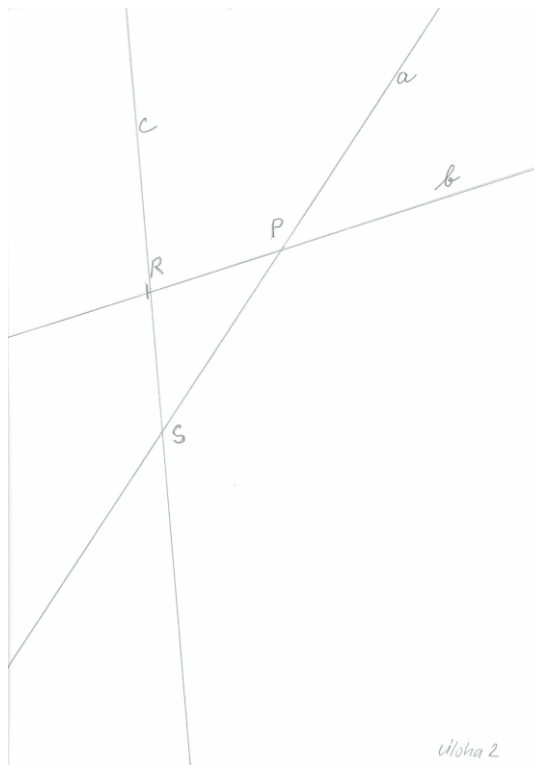
- Přeložením vymodeluj přímku *b*, která je různoběžná s přímkou *a*, ale není na ní kolmá. Průsečík přímek *a*, *b* označ *P*.
- Na přímce *b* vyznač bod *R*, který neleží na přímce *a*. Přeložením vymodeluj přímku *c*, která prochází bodem *R*, je různoběžná s přímkou *a*, ale není na ní kolmá.
- Doplň do tabulky vztahy mezi přímkami.

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>a</i>	<i>totožné</i>		
<i>b</i>	<i>různoběžné</i>		
<i>c</i>	<i>různoběžné</i>		

- Průsečík přímky *c* s přímkou *a* pojmenuj *S*. Jak bys přesněji pojmenoval geometrický útvar s vrcholy v bodech *P*, *R*, *S*? Zdůvodni.



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660



Obr. 2: Úloha 2

Úloha 3: Přelož list papíru (A4) tak, aby překlad nebyl rovnoběžný s žádným jeho okrajem. Překlad je modelem přímky, popiš ji *a*.

- Přeložením vymodeluj přímku *b*, která je rovnoběžná s přímkou *a*.
Pozn.: Nelze složit odhadem, ale přesně. Žák musí použít pomocnou kolmici.
- Vyznač bod *N* tak, aby neležel na přímkách *a*, *b*. Přeložením vymodeluj přímku *c*, která prochází bodem *N* a rovnoběžná s přímkou *a*.
- Doplň do tabulky vztahy mezi přímkami.

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>a</i>	<i>totožné</i>		
<i>b</i>	<i>rovnoběžné</i>		
<i>c</i>	<i>rovnoběžné</i>		

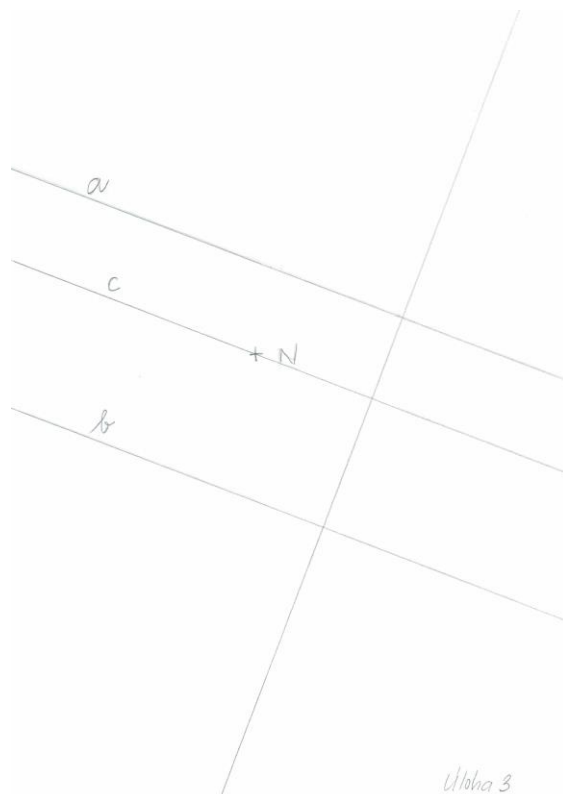
Komentář: Úloha je poměrně náročná. Učitel zná vlastnosti skládání relací rovnoběžnost a kolmost, tedy „Pro všechny přímky v rovině platí: Jestliže přímka *a* je kolmá na přímkou *b* a zároveň přímka *b* je kolmá na přímkou *c*, pak je přímka *c* rovnoběžná s přímkou *a*.“ V úloze žák tuto vlastnost objevuje, což vyžaduje delší čas na jeho pokusy. Pokud napoprvé neobjeví nikdo, učitel se může k úloze později vrátit.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



***Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660***



Obr. 3: Úloha 3

Komentář 1 – 3: Všechny úlohy řeší žák pokusem – omylem. Cílem aktivity není dát žákovi návod ke skládání, tedy ukázat, jak přímky podle zadaných podmínek vymodelovat, ale jeho prožitky a zkušenosti, při hledání řešení. Učitel tedy řešení neukazuje. Žáci si budou spontánně své pokusy navzájem ukazovat, komentovat, argumentovat. Žák může převzít řešení, kterému porozumí, od spolužáka.

Teoretická východiska aktivity:

Vávrová, R., 2006, Geometrie v rovině 1, Ostrava, PdF OU, s. 59 – 60

Zpracovala: RNDr. Renáta Zemanová, Ph.D.



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

ZPRACOVÁNÍ EDUKAČNÍ AKTIVITY 7

Název aktivity: **Obsahy a obvody mnohoúhelníků**

Obsah aktivity: Určování obvodů a obsahů obrazců ve čtvercové mříži. Vztah mezi obvodem a obsahem obrazce. Zkušenosti pro zobecnění vztahu pro výpočet obsahu obdélníka, resp. čtverce – vzorce pro obsah obdélníka, resp. čtverce. Propedeutika vyvození vztahů pro výpočet obsahů dalších mnohoúhelníků – vzorce pro obsah trojúhelníka, lichoběžníku, kosodélníku, kosočtverce.

Cíl aktivity: Porozumění obsahu a obvodu obdélníka, resp. čtverce a propedeutika zobecnění vztahu pro výpočet obvodu a obsahu obdélníka, resp. čtverce.

Doba trvání aktivity: 2 vyučovací hodiny

Věková kategorie nebo třída: 2.

Potřebné pomůcky: dřívka, čtvercová mříž, pastelky, psací a rýsovací pomůcky



Parkety



Dřívka

Postup realizace aktivity:

Komentář: Přípravou pro určování obsahů mnohoúhelníků jsou aktivity, kdy žák pokrývá zadanou plochu čtverci nebo polyminy (spojení čtverců) – hra Ubongo, prostředí Parkety (Hejný a kol., 2007 – 2011) apod. Získává manipulativní zkušenosti se vztahem mezi plochou a počtem čtverců, které na její pokrytí použije. Pokud se učitel na tento počet ptá, žák určuje obsah plochy. Tyto aktivity zařazujeme od 1. ročníku, resp. od MŠ.

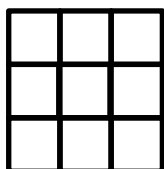
Úloha 1 (Hejný a kol., 2008 – 3 díl, s. 10, upraveno): Vymodeluj pomocí dřívek obvod obrazce A. Kolik dřívek jsi na to potřeboval? Kolik dlaždiček je potřeba na jeho pokrytí? Pokračuj s obrazci B – E.

Pozn.: V zadání je uveden pojem „obvod obrazce“ ve smyslu „hranice obrazce“. Na 1. stupni tyto pojmy nerozlišujeme, učitel ale ví, že obvod obrazce je číslo, kdežto hranice obrazce množina bodů (uzavřená jednoduchá lomená čára nebo uzavřená jednoduchá křivka, jednoduchá – nekříží se). Žáci poznají z kontextu zadání, zda se mluví o obvodu jako čísle

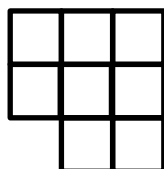


Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

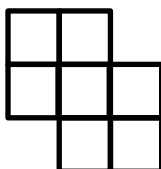
nebo o obvodu jako množině bodů. V této úloze žáci obvod modelují (jako hranici) a určují číslo (jako počet dřívěk, jednotka měření – 1 dřívko).



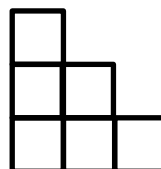
A



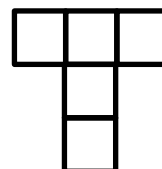
B



C



D



E

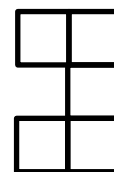
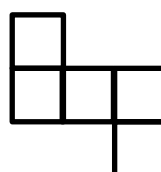
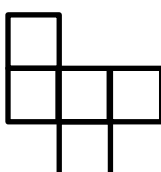
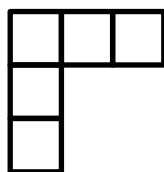
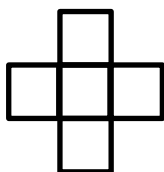
Řešení:

obrazec	A	B	C	D	E
počet dřívěk (obvod)	12	12	12	12	12
počet dlaždic (obsah)	9	8	7	6	5

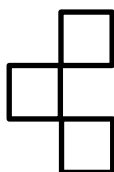
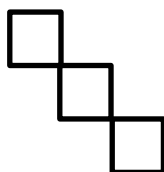
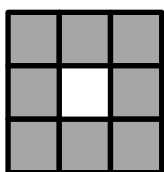
Komentář: Pro žáky může být objevem, že existují obrazce se stejným obvodem, ale různými obsahy.

Úloha 2 (Hejný a kol., 2008 – 3 díl, s. 10, upraveno): Najdi jiný obrazec s obvodem 12 (dřívěk), který vznikne odstraněním některých dlaždic z obrazce A v úloze 1.

Řešení: Úloha má mnoho řešení, např. viz níže.



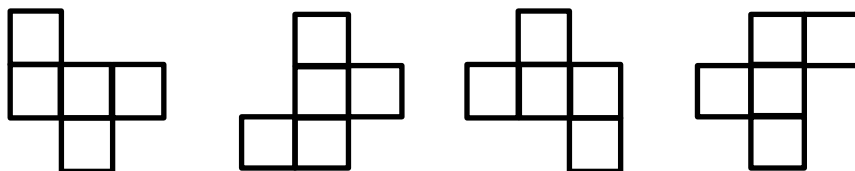
Zajímavé budou návrhy, kdy výsledný obrazec nebude mnohoúhelník, např. viz níže. Žáci ve 2. ročníku se do diskuze, zda se jedná o mnohoúhelník či nikoli, nepouštějí (bude až na konci 1. stupně). Učitel ví, že mnohoúhelník je ohraničen jednoduchou lomenou čarou (což tyto útvary nesplňují). Obrazce za řešení považovat můžeme, ačkoli se jejich obvod skládá z několika částí.



Očekáváme, že žáci budou diskutovat, zda některá řešení nejsou stejná. Např. viz níže. Se stejným problémem jsme se setkali v aktivitě 4, jedná se o častou otázku při vyhledávání různých řešení v geometrických úlohách. Útvary jsou různé, ale shodné (po přemístění se kryjí). Někdy žáci namísto „různé útvary“ budou vyhledávat „navzájem neshodné útvary“, což je v pořádku, počet řešení se sníží. Jejich diskuze otevře problematiku shodnosti.

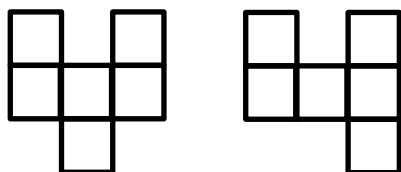


Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660



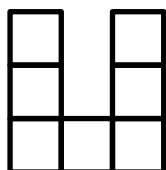
Úloha 3 (Hejný a kol., 2008 – 3 díl, s. 10, upraveno): Najdi obrazec ze šesti dlaždic, jehož obvod je 14.

Řešení:

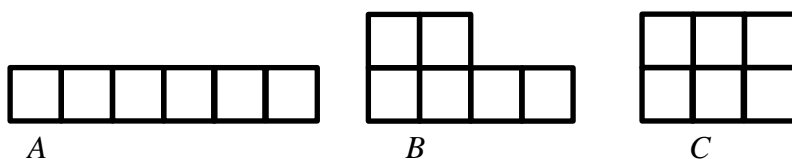


Úloha 4 (Hejný a kol., 2008 – 3 díl, s. 10, upraveno): Najdi obrazec ze sedmi dlaždic, jehož obvod je 16.

Řešení:



Úloha 4 (Hejný a kol., 2010, s. 37, upraveno): Vymodeluj pomocí dřívěk obvod obrazce A. Kolik dřívěk jsi na to potřeboval? Kolik dlaždiček je potřeba na jeho pokrytí? Pokračuj s dalšími obrazci.



obrazec	A	B	C
počet dřívěk (obvod)	14	12	10
počet dlaždic (obsah)	6	6	6

Komentář: Tato úloha na rozdíl od předchozích pracuje s obrazci, které mají stejné obsahy, ale různé obvody.

Úloha 2 (Hejný a kol., 2010, s. 37, upraveno): Jaký obvod může mít obdélník, jehož obsah je a) 12 čtverců, b) 120 čtverců?



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

Řešení: Doporučujeme evidovat tabulkou. Rozměr znamená délka vodorovné strany x délka svislé strany. Předpokládáme práci pouze s takovými obdélníky, jejichž strany leží v linkách mříže. Budou existovat i řešení mimo tuto podmínku, žáci je většinou neodhalí a pro cíl úlohy to není nutné.

a)

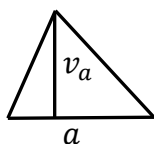
rozměr	12 x 1	6 x 2	4 x 3
obsah	12	12	12
obvod	26	16	14

b)

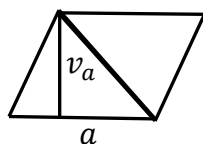
rozměr	120 x 1	60 x 2	40 x 3	30 x 4	24 x 5	20 x 6	15 x 8	12 x 10
obsah	120	120	120	120	120	120	120	120
obvod	242	124	86	68	58	52	46	44

Komentář: V tabulkách mohou žáci sledovat vztah mezi rozměrem, obsahem a obvodem obdélníka. Samozřejmě i v obrázku. Tyto zkušenosti pak pokračují v zobecnění tohoto vztahu do vzorců pro výpočet obvodu a obsahu obdélníka, resp. čtverce. Vzorce pro obsahy dalších mnohoúhelníků žáci objevují až na 2. stupni vždy s použitím vzorce pro obsah obdélníka, resp. čtverce, které na 1. stupni objevili opakovanou činností ve čtvercové mříži ($S = a \cdot b$, resp. $S = a \cdot a$).

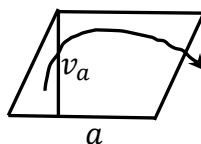
Obsah trojúhelníka, kosodélníku, kosočtverce



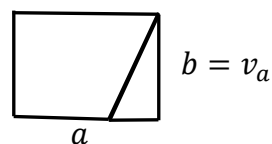
$$S = \frac{a \cdot v_a}{2}$$



$$S = a \cdot v_a$$



$$S = a \cdot v_a$$



$$S = a \cdot b$$

Obdobně obsah lichoběžníku.

Teoretická východiska aktivity:

Hejný, M. a kol., 2007 – 2011, Učebnice, pracovní sešity, příručky učitele, Matematika pro 1. – 5. ročník ZŠ, Plzeň, Fraus

Jirotková, D., Zemanová, R., 2013, Alternativní koncepce výuky geometrie v primárním vzdělávání, Ostrava, PdF OU

Zpracovala: RNDr. Renáta Zemanová, Ph.D.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

ZPRACOVÁNÍ EDUKAČNÍ AKTIVITY 8

Název aktivity: **Sítě krychle**

Obsah aktivity: Manipulativní příprava k modelování sítí krychle. Modelování jeviště (4 stěny krychle) a pokojíčku (5 stěn krychle). Nástin dalšího postupu k modelování všech jedenácti sítí krychle.

Cíl aktivity: Rozvoj prostorové představivosti prostřednictvím modelování trojrozměrného útvaru s využitím mimoškolní zkušenosti (jeviště, pokojíček). Propedeutika sítí krychle.

Doba trvání aktivity: 3 vyučovací hodiny

Věková kategorie nebo třída: 2. – 3.

Potřebné pomůcky: papírová krabice, nůžky, lepidlo, pastelky, čtverce z tvrdého papíru, papíry A4 s čtvercovou mříží větších rozměrů

Postup realizace aktivity:

Motivace: Po návštěvě divadelního představení si učitel povídá se žáky mimo jiné o jevišti a kulisách. Měla by zaznít myšlenka, že jeviště nemá strop (spouštějí se tudy rekvizity) a přední stěnu (aby diváci viděli). Kočovní společnosti navíc musely svá jeviště převážet ve složeném stavu, jejich jeviště musela být skládací. Zkusíme si takové skládací jeviště pro kočovníky vyrobit a nakonec na něm můžeme sehrát divadlo.

Úloha 1: Vytvoř z krabice model skládacího jeviště pro kočovnou společnost. Navrhni divadelní hru, kterou bys chtěl na jevišti předvést a podle toho jeviště pomaluj.

Řešení: Žáci z krabice odstraní horní a přední stěnu. Potom rozstříhnou boční hrany, takže se zbytek krabice se rozloží do roviny. V této poloze jednotlivé stěny pomalují. Krabici zase složí a boční stěny slepí lepidly. Tyto je snadné kdykoli uvolnit, jeviště rozlišit a zase složit. Žáci vidí, zda polohu jednotlivých obrázků zvolili správně, zde např. koberec, rohožka, dveře, vypínač, obrazy, okno a malé obrázky.



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

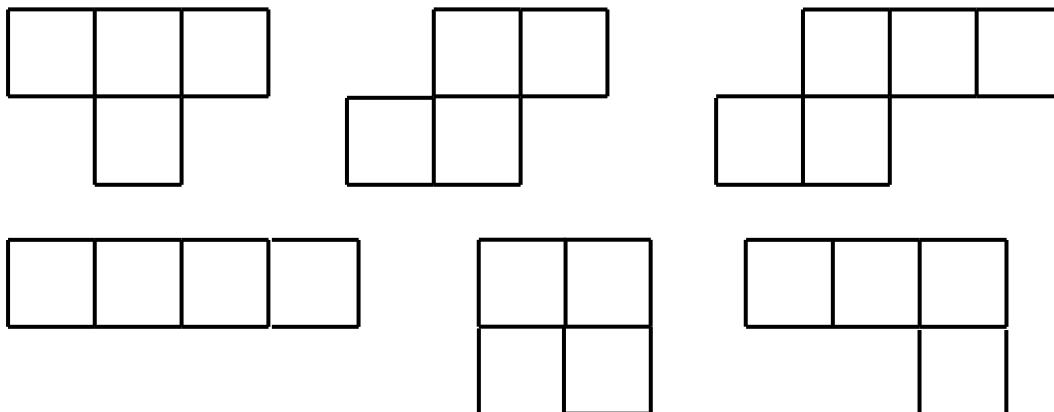


Obr. 1: Jeviště – rozloženo



Obr. 2: Jeviště – složeno

Úloha 2: Rozhodněte, který z následujících tvarů lze poskládat jako jeviště. (inspirováno Hejný, 2008)

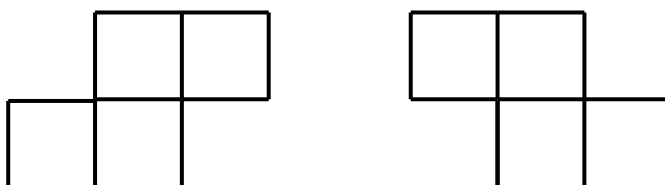


Řešení: Žáci řeší manipulativně, tj. slepí papírové čtverce do zadaných polymin a zkouší složit jeviště. Pokud žák manipulovat nechce, může řešit bez názoru.

Úloha 3: Vytvořte co nejvíce různých tvarů, které lze poskládat jako jeviště.

Komentář:

1. Očekáváme diskuzi o pojmu „různý“, tedy kdy jsou dva tvary různé. Část žáků považuje za různé i tvary, které jsou posunuty, otočeny apod., viz obr. 3. Pokud by tyto tvary byly narysovány, byly by různé (shodné). Pokud jsou vymodelovány pomocí papírových čtverců, dostaneme se pohybem z jedné polohy do druhé a je užitečné je považovat na stejné (jsou shodné). Protože stříhání a lepení tvarů není formálním geometrickým nástrojem, tím budou až konstrukce na papír, můžeme žákům ponechat jejich názor. Kdo je považuje za stejné, bude mít méně řešení.



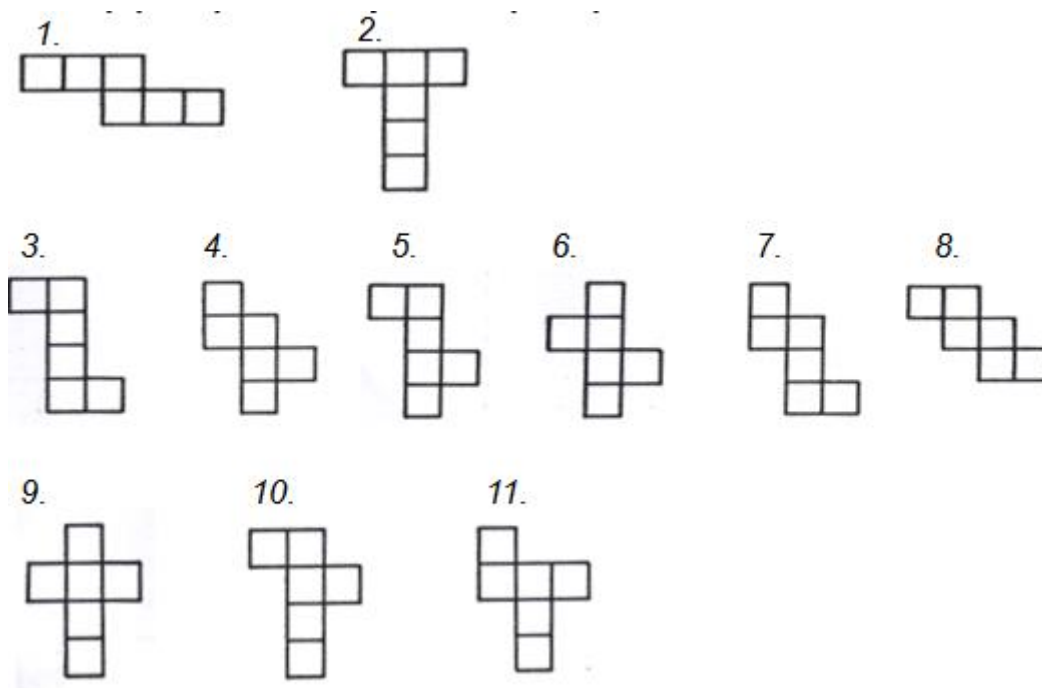
Obr. 3



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

2. Úloha má kombinatorický charakter. Postačí ponechat např. 3 čtverce ve stejné poloze a měnit polohu 4. čtverce. Po vyčerpání všech možností změnit polohu 3 čtverců atd.

Aktivita je úvodem k práci se sítí krychle. V další fázi modifikujeme úlohy 1 – 3 tak, že přidáme další čtverec (skládáme celkem z pěti čtverců, resp. obdélníků). V další fázi modifikujeme úlohy 1 – 3 tak, že přidáme další 2 čtverce (skládáme celkem z šesti čtverců, resp. obdélníků). Vyřešit úlohu 3 pro 6 čtverců bude pro některé žáky náročné – učitel může zřídit nástěnku s autorskými řešeními a vyzývat žáky k jejímu postupnému doplňování. V závěru se žáci najdou všech 11 sítí krychle, obr. 4



Obr. 4: Sítě krychle

Teoretická východiska aktivity:

Hejný, M. a kol., 2007 – 2011, Učebnice, pracovní sešity, příručky učitele, Matematika pro 1. – 5. ročník ZŠ, Plzeň, Fraus

Jirotková, D., Zemanová, R., 2013, Alternativní koncepce výuky geometrie v primárním vzdělávání, Ostrava, PdF OU

Jirotková, D. 2012, Cesty ke zkvalitňování výuky geometrie, Praha, PedF UK, s. 103 – 198

Zpracovala: RNDr. Renáta Zemanová, Ph.D.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

ZPRACOVÁNÍ EDUKAČNÍ AKTIVITY 9

Název aktivity: **Krychlové stavby**

Obsah aktivity: Dvě motivační hry k vyvolání potřeby konstrukce formálního matematického jazyka pro práci v trojrozměrném prostoru. Konstrukce několika formálních matematických jazyků pro popis krychlových staveb, a to jak konceptuálních (fyzický model, portrét, slovní popis, plán), tak procesuálních (animace portréty, animace plánu).

Cíl aktivity: Vyvolání potřeby konstrukce formálního matematického jazyka pro práci v trojrozměrném prostoru a následná konstrukce několika těchto jazyků. Proceptuální transfer mezi konceptuálními a procesuálními jazyky pro práci v trojrozměrném prostoru.

Doba trvání aktivity: 3 vyučovací hodiny

Věková kategorie nebo třída: 1.

Potřebné pomůcky: barevné krychle, pastelky, nelinkované papíry A4

Postup realizace aktivity:

Vymezení pojmu „krychlová stavba“ – proběhne identifikací pomocí modelu a ne-modelu krychlové stavby. Žáci sedí v kruhu na koberci, vezmou si 6 krychlí a mají postavit nějakou stavbu. Učitel pak na jednu stranu přemísťuje ty, které budeme nazývat „krychlové“ a na druhou stranu, které „krychlové“ nejsou. Učitel vyzve žáky, aby porovnáním staveb v jednotlivých skupinách identifikovali rozdíl mezi krychlovou stavbou a stavbou, která krychlová není. Žáci tak bez definice či jiného vymezení porozumí pojmu „krychlová stavba“. Dále budou pracovat pouze s krychlovými stavbami. Příklady krychlových staveb viz obr. 1.

Procesuální definice krychlové stavby (pro učitele): Prostorový útvar postavený z konečného počtu stejných krychlí podle následujících pravidel:

- začínáme položením jedné krychle na „podlahu“;
- přidáme k ní druhou krychli tak, že přiložíme stěnu jedné krychle přesně na stěnu druhé krychle;
- takto pokračujeme přidáváním dalších krychlí do doby, než vyčerpáme všechny připravené krychle.

(Jírotková, 2010)



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660



Obr. 1: Krychlové stavby

Úloha 1: Hra Sova. Před žáky je postaveno několik krychlových staveb, např. viz obr. 1. Jeden z nich se ujme role Sovy (vybere si jednu stavbu a odpovídá na spolužákův otázku ano – ne). Ostatní se ptají tak, aby bylo možné odpovědět ano – ne s cílem uhodnout, na kterou stavbu sova myslí.

Úloha 2: Hra Vysílač – Příjímač. Žáci pracují ve dvojicích, označme žáky A a B. Každý z nich má 6 krychlí stejné barvy. Žák A postaví krychlovou stavbu ze šesti krychlí tak, aby ji žák B neviděl. Poté žák B slovně instruuje tak, aby ze svých krychlí postavil stejnou stavbu.

Komentář: Úloha bude lehčí, pokud budou všechny krychle stejné barvy, obtížnější, pokud budou krychle různobarevné.

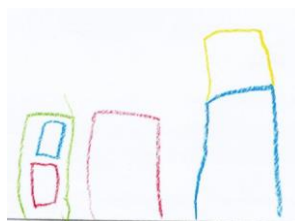
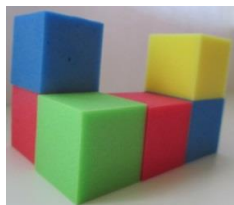
Komentář úloh 1 – 2: Hry Sova a Vysílač – příjímač vyvolávají v žácích potřebu „lepšího“, tedy přesnějšího jazyka, než dosud mají k dispozici. Můžeme ji zařazovat do různých činností, nejen krychlových staveb, a to vždy s cílem motivovat žáky pro rozšíření dosavadního jazyka o jazyk nový (matematický, formální). Žáci pak budou chápat smysl matematického jazyka a budou ho používat ne proto, že to nařídil učitel.

Úloha 3: Je obdobou úlohy 2 s tím rozdílem, že žák A nedává instrukce slovně, ale graficky. Tzn. zaznamenaná stavbu na papír.

Komentář: Žákovské záznamy budou velmi různorodé. Kritériem správnosti je, zda se žákovi B podaří podle záznamu stavbu postavit. Doporučujeme, aby žák A stavěl nejen vlastní stavby, ale i podle předlohy (vyhneme se tak situaci, kdy by jeho stavba byla příliš jednoduchá, např. všechny krychle v jedné řadě, a tak snadno zaznamenaná. Cílem je najít obecný jazyk použitelný pro všechny stavby). Na obr. 2 ilustrujeme práce dětí ve věku 5 let, které úlohu řešily poprvé (Zemanová, 2015).

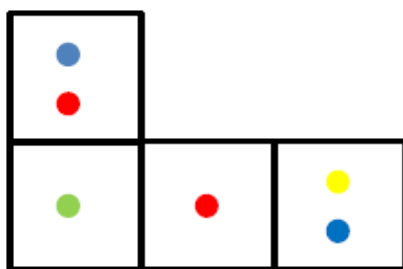


Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660



Obr. 2: Stavba a její záznam dětmi ve věku 5 let

Úloha pak může pokračovat diskuzí žáků, který ze záznamů jim nejlépe vyhovuje. Dohoda se bude týkat pohledu na stavbu (shora, zepředu nebo zboku – naše děti volily jen shora nebo zepředu). Problém skryté krychle je řešen „překreslením“ čtverců, ale není zřejmé, která krychle je vpředu, resp. nahoře. Zde by měla diskuze pokračovat k nějakému závěru. Jednou z možností záznamu krychlové stavby je její plán, obr. 3.

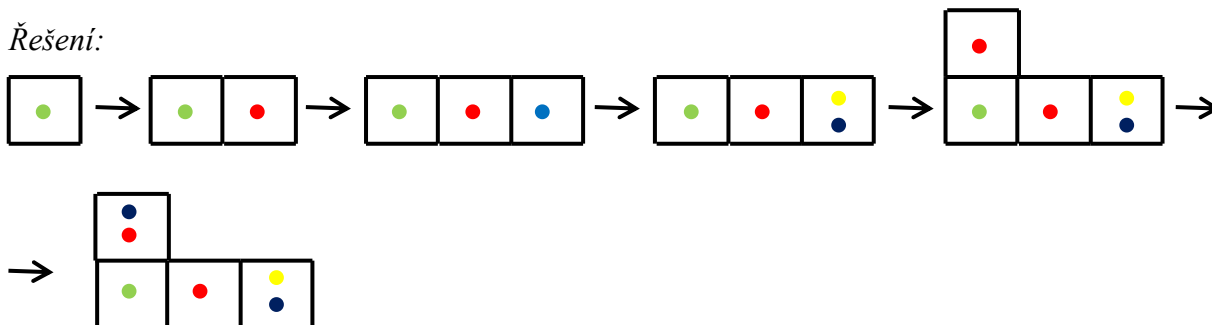


Obr. 3: Krychlová stavba a její plán

Úloha 4: Je obdobou úlohy 3 s tím rozdílem, že žák B musí stavbu postavit ve stejném pořadí krychlí, jako stavěl žák A.

Komentář: Tato úloha by byla vhodná do vyššího ročníku, uvádíme ji zde pro ucelenost přehledu úloh pro konstrukci jazyků pro popis krychlových staveb. Žáci se shodnou na tzv. animaci plánů, tj. rozkreslení jednotlivých fází stavby po jednotlivých krocích (krok – přiložení krychle).

Řešení:





EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



***Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660***

V geometrii existuje celkem osm jazyků pro popis krychlových staveb: fyzický model, slovní popis, portrét, plán, animace portréty, animace plánu, sdružené průměty, konstrukce.
V prezentované aktivitě se žáci seznámí s prvními šesti.

Teoretická východiska aktivity:

Koncept, proces

Hejný, 2014, Vyučování aritmetice orientované na budování schémat, Praha, PedF UK, s. 31 – 38

Jirotková, Zemanová, 2013, Alternativní koncepce výuky geometrie v primárním vzdělávání, Ostrava, PdF OU, s. 24 – 26

Etapizace poznávacího procesu

Hejný, 2014, Vyučování aritmetice orientované na budování schémat, Praha, PedF UK, s. 39 – 73

Jirotková, Zemanová, 2013, Alternativní koncepce výuky geometrie v primárním vzdělávání, Ostrava, PdF OU, s. 29 – 56

Krychlové stavby

Hejný, 2014, Vyučování aritmetice orientované na budování schémat, Praha, PedF UK, s. 205 – 210

Hejný, Krpec, 2013, Alternativní koncepce výuky geometrie v primárním vzdělávání, Ostrava, PdF OU, s. 69 – 76

Jirotková, D., 2010, Cesty ke zkvalitňování výuky geometrie. Praha, PedF UK, s. 46 – 75

Zemanová, R., 2015, Jak děti předškolního věku rozumí prostoru, Ostrava, PdF OU

Učebnice:

Hejný, 2007 – 2011, Učebnice, pracovní sešity, příručky učitele, Matematika pro 1. – 5. ročník ZŠ, Plzeň, Fraus.

Zpracovala: RNDr. Renáta Zemanová, Ph.D.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

ZPRACOVÁNÍ EDUKAČNÍ AKTIVITY 10

Název aktivity: **Pohyb ve čtvercové mříži**

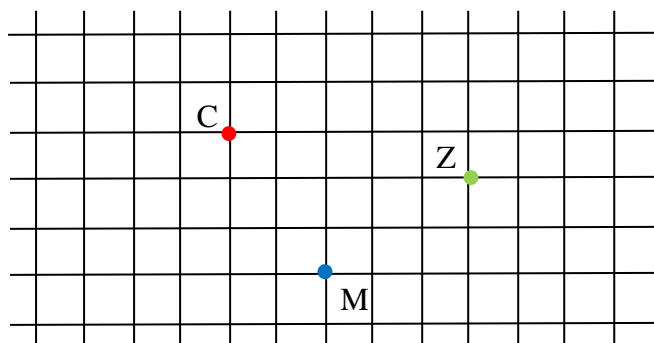
Obsah aktivity: Pravidla pro pohyb v mříži, hledání cest mezi body mříže, vymezení pojmu krátká cesta. Hledání možných zápisů cesty. Zápis vzájemné polohy vrcholů mřížového obrazce ve čtvercové mříži, postupné zjednodušení zápisu. Konstrukce mřížového mnohoúhelníku ze zápisu a naopak.

Cíl aktivity: Konstrukce jazyka pro popis rovinných útvarů ve čtvercové mříži. Proceptuální transfer mezi konceptuálním a procesuálním jazykem pro práci v rovině.

Doba trvání aktivity: 3 vyučovací hodiny

Věková kategorie nebo třída: 3. – 4

Potřebné pomůcky: čtvercová mříž s vyznačenými body (červený, modrý, zelený), psací a rýsovací pomůcky



Čtvercová mříž ke stažení např. zde:

https://www.h-mat.cz/sites/default/files/pomucky/H-MAT_universalni-v20180425.pdf

Postup realizace aktivity:

Žáci pracují ve dvojicích 1, 2. Každý žák má čtvercovou mříž s vyznačenými body a pastelky. Cílem aktivity je motivace pro konstrukci geometrického jazyka. Žáci ho nemají, ale dostávají se v průběhu hry do situace, že jim schází pro přesné vyjádření. Sami ho tvoří a později dovedou do formální geometrické podoby.

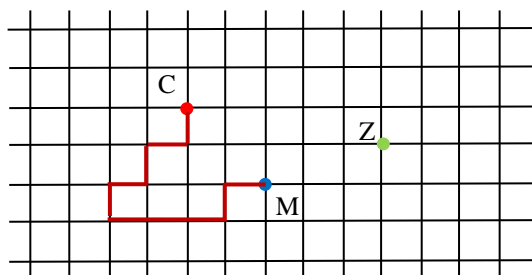
Příprava: Žáci zkouší „chodit“ po mříži. Dovoleno je chodit pouze po čárách mříže. Ukazují, jak by se mohli dostat z jednoho bodu do druhého, vidí, že existuje více možností než jedna.



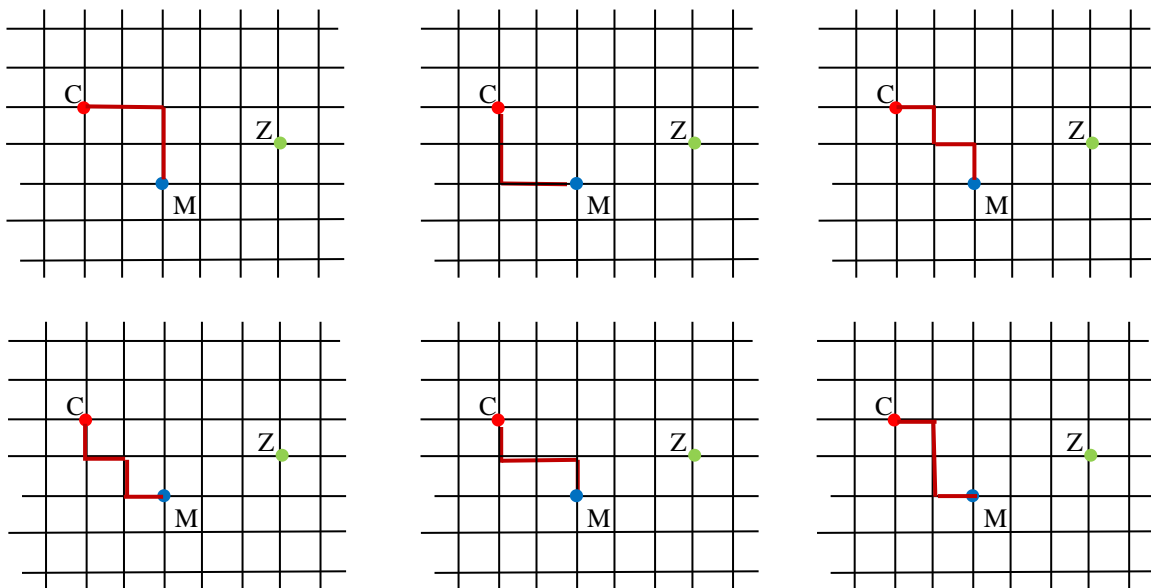
Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

Zřejmě si některý žák všimne, že některé cesty jsou „delší“ než jiné, tj. sestávají z většího počtu jednotkových úsečků. Zde učitel zavede pojem „krátká cesta“:

Krátká cesta je taková cesta, ke které neexistuje kratší. Učitel se ptá, kolik cest existuje např. z bodu A do bodu B. A kolik krátkých cest existuje? Cest existuje mnoho (nekonečně mnoho, pokud by žák správně chápal čáry mříže jako přímky), krátkých cest jen 6. Učiníme s žáky dohodu, že budeme pracovat jen s krátkými cestami.



Obr. 1: Cesta z bodu C do M – nekrátká



Obr. 2: Cesty z bodu C do M – krátké

Úloha 1: Žák 1 vyznačí v mříži cestu (krátkou) z bodu A do bodu B tak, aby záznam žák 2 neviděl. Poté žák A slovně instruuje žáka B tak, aby na své čtvercové mříži vyznačil stejnou cestu jako žák A. Nakonec si své cesty porovnají a řeknou, zda jsou stejné či nikoli. Pokud nikoli, mohou diskutovat, kde si neporozuměli. Poté si role vymění a značí cestu z bodu M do bodu Z.

Úloha 2: Žák 2 vyznačí v mříži cestu (krátkou) z bodu Z do bodu C tak, aby záznam žák 2 neviděl. Poté žák A cestu zaznamená na papír tak, aby na své čtvercové mříži vyznačil



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

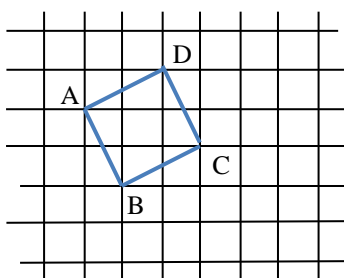
stejnou cestu jako žák A. Žáci se způsobem svého záznamu seznámí třídu a diskutují, který ze záznamů by zvolili pro další práci. Postupně dojdou k šipkovému zápisu, např.

$Z \leftarrow \leftarrow \leftarrow \uparrow \leftarrow C$.

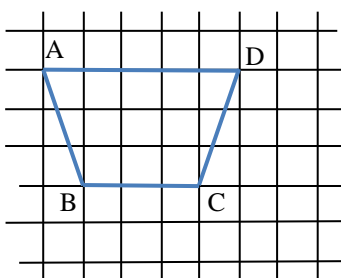
Příprava: Učitel zavede pojem „mřížový obrazec“, tj. obrazec, který má vrcholy v průsečících mříže. Učiníme s žáky dohodu, že budeme pracovat pouze s mřížovými obrazy.

Úloha 3: Narýsuj do čtvercové mříže mřížový čtyřúhelník ABCD. Popiš cestu mezi jeho vrcholy, obr. 3.

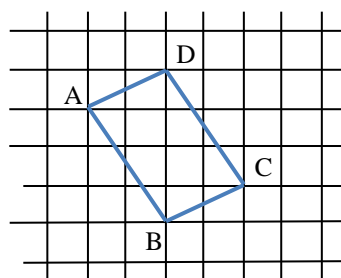
a)



b)



c)



Obr. 3

Řešení:

a) např. $A \downarrow \downarrow \rightarrow B \rightarrow \rightarrow \uparrow C \uparrow \uparrow \leftarrow D \leftarrow \leftarrow \downarrow A$

b) např. $A \downarrow \rightarrow \downarrow \downarrow B \rightarrow \rightarrow \rightarrow C \uparrow \rightarrow \uparrow \uparrow D \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow A$

c) např. $A \rightarrow \rightarrow \downarrow \downarrow \downarrow B \rightarrow \rightarrow \uparrow C \leftarrow \leftarrow \uparrow \uparrow \uparrow D \leftarrow \leftarrow \downarrow A$

Úloha 4: Trojúhelníky jsou zadány šipkovým zápisem. Narýsuj je do mříže.

a) $A \rightarrow \downarrow \downarrow \downarrow B \uparrow \uparrow \rightarrow \uparrow \uparrow C \downarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow A$

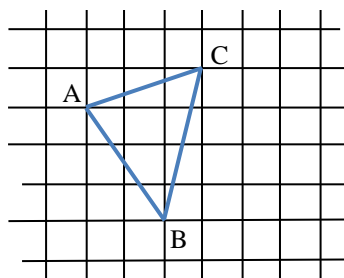
b) $A \downarrow \downarrow \downarrow B \rightarrow \uparrow \rightarrow \uparrow \rightarrow C \leftarrow \uparrow \leftarrow \leftarrow A$

c) $A \rightarrow \rightarrow \rightarrow B \uparrow \leftarrow \uparrow \leftarrow C \downarrow \downarrow \leftarrow A$

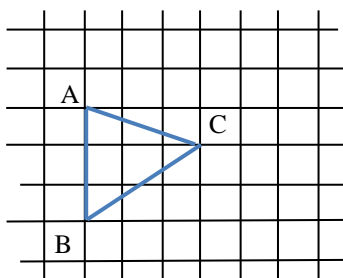
Komentář: V této úloze je důležité, aby žáci vyznačili hranici trojúhelníka, nikoli cesty mezi vrcholy. Stejně tak to budeme dělat i v dalších úlohách.

Řešení: obr. 4.

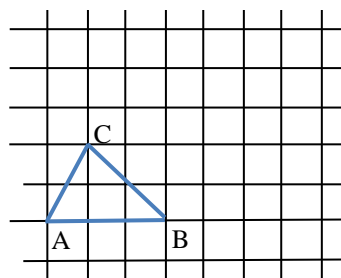
a)



b)



c)



Obr. 4



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660

Komentář:

1) Žáci po čase zjistí, že vzájemná poloha vrcholů nezáleží na pořadí šipek, šipky začnou sdružovat (k sobě šipky ve stejném směru) a do šipkového zápisu vkládat čísla, takže zápisy budou vypadat takto, obr. 4:

a) $A \rightarrow 2 \rightarrow 3 \downarrow B \uparrow 1 \rightarrow C \downarrow 3 \leftarrow A$

b) $A \rightarrow 3 \downarrow B \rightarrow 2 \uparrow C \leftarrow 1 \uparrow A$

c) $A \rightarrow 3 \rightarrow B \rightarrow 2 \uparrow 2 \leftarrow C \leftarrow 1 \leftarrow 2 \downarrow A$

2) Pokud budeme považovat některý mřížový bod za „počátek“ a označíme ho písmenem O, pak můžeme polohu všech vrcholů mřížového obrazce vzhledem k bodu O zapsat šipkovým zápisem, takže zápisy budou vypadat takto, obr. 5:

a) $O \uparrow 1 \rightarrow 4 \uparrow A$, $O \uparrow 1 \uparrow 3 \rightarrow B$, $O \uparrow 5 \uparrow 4 \rightarrow C$

b) $O \uparrow 4 \uparrow 1 \rightarrow A$, $O \uparrow 1 \uparrow 1 \rightarrow B$, $O \uparrow 3 \uparrow 4 \rightarrow C$

c) $O \uparrow 1 \uparrow A$, $O \uparrow 1 \uparrow 3 \rightarrow B$, $O \uparrow 3 \uparrow 1 \rightarrow C$

Pokud použijeme zápis pomocí uspořádané dvojice, kde v první složce budeme psát směr vodorovný a ve druhé svislý, dostaneme, obr. 5:

a) $A(1 \rightarrow, 4 \uparrow)$, $B(3 \rightarrow, 1 \uparrow)$, $C(4 \rightarrow, 5 \uparrow)$

b) $A(1 \rightarrow, 4 \uparrow)$, $B(1 \rightarrow, 1 \uparrow)$, $C(4 \rightarrow, 3 \uparrow)$

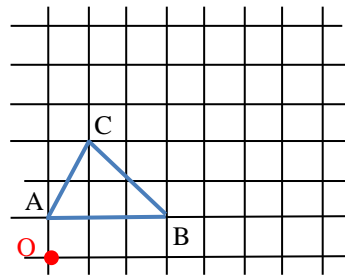
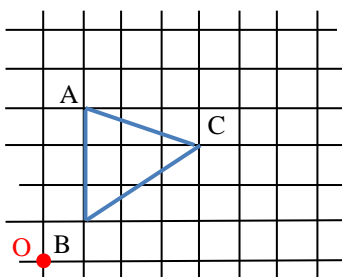
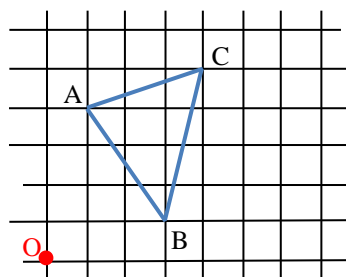
c) $A(0, 1 \uparrow)$, $B(3 \rightarrow, 1 \uparrow)$, $C(1 \rightarrow, 3 \uparrow)$

Odsud je jen krok k formálnímu zápisu pomocí kartézské soustavy souřadnic. Stačí se dohodnout, že směr vpravo/nahoru budeme značit kladným číslem, směr doleva/dolů záporným číslem, obr. 5:

a) $A(1, 4)$, $B(3, 1)$, $C(4, 5)$

b) $A(1, 4)$, $B(1, 1)$, $C(4, 3)$

c) $A(0, 1)$, $B(3, 1)$, $C(1, 3)$



Obr. 5

Pro jiný případ umístění bodu O by pak zápis vypadal takto, obr. 6:

$A(1 \leftarrow, 1 \uparrow) = (-1, 1)$

$B(1 \leftarrow, 2 \downarrow) = (-1, -2)$

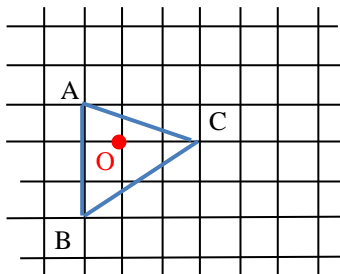
$C(2 \rightarrow, 1 \uparrow) = (2, 0)$



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Projekt „Podpora společenství praxe jako nástroj rozvoje klíčových kompetencí“
Reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_11/0000660



Obr. 6

Teoretická východiska aktivity:

Koncept, proces

Hejný, M., 2014, Vyučování aritmetice orientované na budování schémat, Praha, PedF UK, s. 31 – 38

Jirotková, D., Zemanová, R., 2013, Alternativní koncepce výuky geometrie v primárním vzdělávání, Ostrava, PdF OU, s. 24 – 26

Čtvercová mříž

Jirotková, D., Zemanová, R., 2013, Alternativní koncepce výuky geometrie v primárním vzdělávání, Ostrava, PdF OU

Jirotková, D., 2012, Cesty ke zkvalitňování výuky geometrie, Praha, PedF UK, s. 201 – 297

Učebnice:

Hejný, M. a kol., 2007 – 2011, Učebnice, pracovní sešity, příručky učitele, Matematika pro 1. – 5. ročník ZŠ, Plzeň, Fraus

Zpracovala: RNDr. Renáta Zemanová, Ph.D.



Toto dílo podléhá licenci Creative Commons Uveďte původ 4.0 Mezinárodní.
Pro podrobnější podmínky navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>.